



Thèse

Rayonnement acoustique d'une structure périodique de type batterie à ailettes - Application aux pompes à chaleur

Présentée devant

L'institut National des Sciences Appliquées de Lyon



Pour obtenir

Le grade de docteur

École doctorale : Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité : Acoustique

Par

Guillaume GOSSE

(Ingénieur diplômé de l'INSA de Lyon)

Soutenue le 20 novembre 2012 devant la Commission d'examen

Jury

BESSAC François	CETIAT (Villeurbanne)	
CHAZOT Jean-Daniel	UTC (Compiègne)	
DUHAMEL Denis	ENPC (Paris)	Rapporteur
GUYADER Jean-Louis	INSA (Lyon)	Président
HLADKY Anne-Christine	IEMN (Lille)	Rapporteur
PEZERAT Charles	LAUM (Mans)	Directeur

INSA Direction de la Recherche - Écoles Doctorales – Quinquennal 2011-2015

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	CHIMIE DE LYON http://www.edchimie-lyon.fr Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université de Lyon – Collège Doctoral Bât ESCPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE http://edeea.ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN eea@ec-lyon.fr	M. Gérard SCORLETTI Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17 Gerard.scorletti@ec-lyon.fr
E2M2	EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION http://e2m2.universite-lyon.fr Insa : H. CHARLES	Mme Gudrun BORNETTE CNRS UMR 5023 LEHNA Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Forel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43.12.94 e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr
EDISS	INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE http://ww2.ibcp.fr/ediss Sec : Safia AIT CHALAL Insa : M. LAGARDE	M. Didier REVEL Hôpital Louis Pradel Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69677 BRON Tél : 04.72.68 49 09 Fax :04 72 35 49 16 Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr
INFOMATHS	INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES http://infomaths.univ-lyon1.fr	M. Johannes KELLENDONK Université Claude Bernard Lyon 1 INFOMATHS Bâtiment Braconnier 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 44.82.94 Fax 04 72 43 16 87 infomaths@univ-lyon1.fr
Matériaux	MATERIAUX DE LYON Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry Ed.materiaux@insa-lyon.fr	M. Jean-Yves BUFFIERE INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Saint Exupéry 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43 83 18 Fax 04 72 43 85 28 Jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr
MEGA	MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry mega@insa-lyon.fr	M. Philippe BOISSE INSA de Lyon Laboratoire LAMCOS Bâtiment Jacquard 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél :04.72.43.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 Philippe.boisse@insa-lyon.fr
ScSo	ScSo* M. OBADIA Lionel Sec : Viviane POLSINELLI Insa : J.Y. TOUSSAINT	M. OBADIA Lionel Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.69.72.76 Fax : 04.37.28.04.48 Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu mon directeur de thèse, Charles PEZERAT, pour m'avoir accordé sa confiance durant ce projet et avoir continué à suivre l'avancement de mon travail à distance. Les idées qu'il a proposé ainsi que sa compréhension des phénomènes vibroacoustiques ont grandement contribué à la maîtrise du sujet.

Je suis reconnaissant envers Anne-Christine HLADKY et Denis DUHAMEL pour le temps qu'ils ont consacré à rapporter mon mémoire.

Je remercie Jean-Daniel CHAZOT et Jean-Louis GUYADER pour avoir accepté de faire partie du jury.

Je remercie le CETIAT et l'ensemble de son personnel pour m'avoir accueilli durant ma thèse et pour avoir mis à ma disposition les moyens nécessaires à la réalisation de mon travail. Je tiens à remercier plus particulièrement François BESSAC pour son encadrement et pour avoir partagé son bureau durant ces quelques années ainsi que des sujets aussi divers et variés que la réforme de l'orthographe ou l'actualité du rugby.

Je remercie les industriels partenaires, notamment les participants du GT Bruit, qui ont proposé ce sujet et ont régulièrement suivi mon travail.

Je remercie l'ADEME pour le soutien financier qu'elle m'a apporté et qui m'a permis d'effectuer ce travail de recherche dans de bonnes dispositions.

Je remercie l'ensemble des membres du Laboratoire Vibrations Acoustique (LVA) pour leur bonne humeur et leur disponibilité à mon égard. Merci aux étudiants et aux doctorants que j'ai pu croisé, plus particulièrement Mathieu, Cédric et Dorian.

Merci enfin à Mathilde pour m'avoir soutenu tout au long de ces années.



*Ce n'est pas parce que les choses sont difficiles que nous n'osons pas,
c'est parce que nous n'osons pas qu'elles sont difficiles.*
Sénèque

A ma famille, à Mathilde



Résumé

La prédiction du bruit émis par les unités extérieures des pompes à chaleur, provenant en partie des batteries à ailettes, constitue un enjeu industriel important. L'obstacle majeur réside dans l'impossibilité de réaliser le calcul acoustique d'une batterie à ailettes avec les outils de simulation classiques (Éléments Finis de Frontière) à cause du trop grand nombre d'éléments nécessaires (près de 600 ailettes par mètre). Cette thèse a pour objectif d'exploiter la périodicité des batteries à ailettes afin de pouvoir calculer leur bruit rayonné à partir du rayonnement d'une seule ailette.

La propagation des vibrations est décrite sous la forme d'une décomposition en ondes, autorisant la réalisation séparée des calculs pour chaque onde. Le déplacement en tout point de la structure est calculé à partir du déplacement d'un seul élément unitaire, obtenu par la Méthode des Éléments Finis (FEM). Un élément unitaire acoustique est spécialement défini, comprenant des baffles rigides destinés à représenter l'influence des autres ailettes de la structure. Le rayonnement de cet élément est calculé pour chaque onde en utilisant la méthode des Éléments Finis de Frontière (BEM), puis dupliqué spatialement en tenant compte de la nature propagative des différentes ondes. Pour chaque structure étudiée, la comparaison avec le calcul direct de la structure complète montre une très bonne concordance avec des temps de calcul fortement réduits. L'influence de plusieurs paramètres sur le comportement de la structure a également été identifiée, mettant ainsi en évidence certains phénomènes particuliers propres aux structures périodiques.

Dans la dernière partie de cette thèse, une validation expérimentale de l'approche périodique est proposée. Les résultats numériques sont comparables aux mesures vibratoires et acoustiques réalisées sur les batteries à ailettes.

Mots clés : périodicité, batterie à ailettes, échangeurs, rayonnement, acoustique.



Abstract

The prediction of noise from outdoor units of heat pumps, partly coming from finned coils, is an important industrial issue. The major obstacle to the study of finned coils lies in the inability to perform the acoustic calculation with classic simulation tools (Boundary Element Method) because of the huge number of required elements (about 600 fins per meter). The goal of this thesis is to exploit the periodicity of finned coils in order to calculate the total noise radiated from the radiation of a single fin, and thus get rid of the number of fins composing the structure.

The vibrations propagation is described as a wave decomposition, allowing the realization of separate calculations for each wave. The displacement at any point of the structure is calculated from the displacement of a single unit element, obtained with the Finite Element Method (FEM). An acoustic unit element is especially defined, comprising rigid baffles representing the influence of other fins of the structure. The radiation of this component is calculated for each wave using the Boundary Element Method (BEM), then spatially duplicated taking into account the propagation of the different waves. For each considered structure, a comparison with the direct calculation of the complete structure shows very good agreement with greatly reduced computation times. The influence of several parameters on the behaviour of the structure was also identified, thus highlighting some particular phenomena specific to periodic structures.

In the last part of this thesis, an experimental validation of the periodic approach is proposed. Numerical results are close to vibratory and acoustic measurements done on the finned coils.

Keywords : periodic, finned coils, heat exchanger, acoustic, radiation.



Table des matières

Introduction.....	17
Chapitre 1 Éléments de bibliographie	21
1.1. Les structures périodiques : des structures particulières	22
1.1.1. Désignation des structures périodiques	22
1.1.2. Zones de propagation et d'atténuation.....	23
1.1.3. Application des structures périodiques dans le contrôle passif	23
1.2. Modélisation des structures périodiques.....	24
1.2.1. Théorème de Floquet-Bloch	24
1.2.2. Méthode des harmoniques spatiales	25
1.2.3. Résolution directe du problème	25
1.2.4. Méthode des réceptances	26
1.2.5. Matrice de transfert.....	27
1.2.6. Matrice de raideur dynamique	28
1.3. Choix d'une méthode et apport de la thèse.....	29
Chapitre 2 Modélisation vibratoire.....	31
2.1. Étude d'un assemblage de poutres reliées par des ressorts	32
2.1.1. Description de la structure et choix de l'élément unitaire	32
2.1.2. Modèle analytique.....	33
2.1.3. Modèle éléments finis.....	37
2.1.3.1. Formulation générale.....	37
2.1.3.2. Cas particulier.....	38
2.1.4. Constantes de propagation et vecteurs propres.....	39
2.1.4.1. Comparaison du modèle analytique et du modèle numérique	39
2.1.4.2. Analyse du comportement dynamique de la structure périodique	40
2.1.5. Calcul de toutes les jonctions de la structure périodique finie	42
2.1.5.1. Présentation du problème	42

2.1.5.2. Méthode de calcul	43
2.1.5.3. Validation	45
2.1.6. Calcul du déplacement de toutes les poutres de la structure complète..	46
2.1.7. Étude paramétrique des couplages.....	49
2.1.7.1. Influence de la raideur des ressorts	49
2.1.7.2. Influence de l'amortissement des ressorts.....	50
2.2. Étude d'une succession de plaques reliées par des ressorts	50
2.2.1. Description de la structure et choix de l'élément unitaire	50
2.2.2. Constantes de propagation	51
2.2.3. Calcul du déplacement de toutes les jonctions de la structure complète.....	52
2.2.4. Calcul du déplacement en tout point de la structure complète	53
2.3. Étude d'une batterie à ailettes	55
2.3.1. Description de la structure et choix de l'élément unitaire	55
2.3.2. Analyse des constantes de propagation	56
2.3.2.1. Allures générales des constantes de propagation	56
2.3.2.2. Modification du matériau constituant les tubes.....	57
2.3.2.3. Modification du matériau constituant les ailettes.....	59
2.3.3. Calcul du déplacement en tout point de la structure complète	60
2.3.3.1. Excitation transversale	60
2.3.3.2. Excitation longitudinale	62
2.4. Conclusions	63
Chapitre 3 Modélisation acoustique	65
3.1. Définition de l'élément unitaire acoustique.....	66
3.1.1. Cas des plaques couplées par des ressorts	66
3.1.2. Influence des baffles sur le rayonnement d'une plaque	66
3.1.3. Cas des ailettes couplées par des tubes.....	68
3.2. Procédure de calcul du rayonnement de l'élément unitaire.....	68
3.3. Procédure de périodisation acoustique	69
3.3.1. Calcul de la pression rayonnée pour une onde	70

3.3.1.1. Formulation	70
3.3.1.2. Exemples de résultats obtenus par périodisation selon le type d'onde considérée	70
3.3.1.2.1. <i>Cas d'une onde évanescente</i>	71
3.3.1.2.2. <i>Cas d'une onde propagative</i>	71
3.3.2. Combinaison de toutes les ondes	72
3.4. Validation numérique	73
3.4.1. Application de l'approche périodique à une structure composée de plaques couplées par des ressorts	73
3.4.1.1. Configuration utilisée	73
3.4.1.2. Comparaison des cartographies de pression acoustique	74
3.4.1.3. Comparaison de la puissance acoustique	76
3.4.1.4. Effort de calcul	77
3.4.2. Application de l'approche périodique à une batterie à ailettes	78
3.4.2.1. Description de la structure	78
3.4.2.2. Excitation longitudinale	78
3.4.2.2.1. <i>Comparaison de la puissance acoustique</i>	78
3.4.2.2.2. <i>Analyse du comportement vibroacoustique de la structure</i>	79
3.4.2.3. Excitation transversale	81
3.4.2.3.1. <i>Comparaison de la puissance acoustique</i>	81
3.4.2.3.2. <i>Analyse du comportement vibroacoustique de la structure</i>	82
3.4.2.4. Ressources informatiques mises en œuvre	84
3.5. Optimisation de l'élément unitaire acoustique	85
3.5.1. Ajout de baffles acoustiques	86
3.5.2. Utilisation d'un macro-élément unitaire	89
3.5.2.1. Macro-élément unitaire composé de 2 plaques	89
3.5.2.2. Macro-élément unitaire composé de 4 plaques	91
3.6. Réduction de l'espacement entre les ailettes	91
3.7. Conclusions	93
Chapitre 4 Validation expérimentale	95
4.1. Description de la structure expérimentale	95

4.2. Étude vibratoire.....	97
4.2.1. Protocole de mesure.....	97
4.2.2. Comparaison modèle/mesure.....	98
4.2.3. Recalage du modèle numérique.....	99
4.2.3.1. Méthodologie utilisée.....	99
4.2.3.2. Structure composée de 41 ailettes.....	100
4.2.3.3. Structure composée de 61 ailettes.....	102
4.3. Étude acoustique.....	104
4.3.1. Mesures réalisées.....	104
4.3.2. Environnement de mesure.....	107
4.3.3. Comparaison des résultats acoustiques.....	109
4.3.3.1. Structure composée de 41 ailettes.....	109
4.3.3.1.1. <i>Excitation transversale</i>	109
4.3.3.1.2. <i>Excitation longitudinale</i>	111
4.3.3.2. Structure composée de 61 ailettes.....	113
4.3.3.2.1. <i>Excitation transversale</i>	113
4.3.3.2.2. <i>Excitation longitudinale</i>	115
4.4. Conclusions.....	117
Conclusion et perspectives.....	119
Références.....	123

Introduction

Les contraintes énergétiques et écologiques actuelles conduisent au développement de solutions de chauffage utilisant les énergies renouvelables. Dans ce contexte, le marché des pompes à chaleur (PAC) connaît une forte expansion, que ce soit pour l'habitat individuel ou collectif. Une marque « NF PAC » a d'ailleurs été créée en 2007 afin de garantir les caractéristiques de performance des matériels, aussi bien thermiques qu'acoustiques. Le bruit émis, principalement par les unités extérieures des pompes à chaleur (Figure I. 1), peut être une source de gêne pour l'utilisateur et surtout pour le voisinage, et donc constituer un frein à l'utilisation de cette technologie. La mise à disposition de données expérimentales sur les niveaux sonores est donc fortement attendue, et montre une volonté de transparence.



Figure I. 1. Unité extérieure d'une pompe à chaleur échangeant sur l'air.

Les fabricants de ces machines ont accompli d'importants efforts de conception afin de proposer des produits plus silencieux à performances thermiques au moins égales. Ces efforts résident principalement dans une sélection et une mise en œuvre rigoureuse des

composants « sources de bruit », en l'occurrence le compresseur et le ventilateur (pour les machines échangeant sur l'air). Le ventilateur constitue habituellement la source sonore principale, le compresseur apportant alors sa contribution sur quelques fréquences. Avec la réduction constante du bruit des ventilateurs, les sources habituellement considérées comme secondaires ne sont alors plus négligeables. Citons les sources indirectes liées au compresseur, le rayonnement de la structure par excitation vibratoire et fluïdique par les pulsations de pression au refoulement du compresseur et également, le rayonnement acoustique des batteries à ailettes (Figure I. 2). Leur contribution n'est pas bien reconnue en général car leur rayonnement est une conséquence du fonctionnement du compresseur. Pour la mettre en évidence, il faudrait recourir à des méthodologies de mesure spécifiques, rarement mises en œuvre. Pourtant, du fait de leur grande surface déployée, elles constituent de très efficaces radiateurs d'énergie sonore. Elles diffusent dans l'espace environnant l'énergie vibratoire et pulsatoire provenant du compresseur et transmise par les liaisons frigorifiques.



Figure I. 2. Détail d'une batterie à ailettes.

Les phénomènes à l'origine du rayonnement acoustique de ces échangeurs à ailettes ne sont pas bien connus, le nombre de travaux les concernant étant très restreint. La majorité des travaux sur les échangeurs de chaleur considèrent des échangeurs tubulaires sans ailettes (i.e. un réseau circulaire de tubes). Les contributions de Blevins [Ble86] et Fitzpatrick [Fit85] ont notamment permis de mieux appréhender le comportement dynamique de ces échangeurs en fonctionnement. Une meilleure connaissance du comportement vibroacoustique des batteries à ailettes fournirait des pistes pour définir des règles de conception pour réduire le bruit émis, et ainsi éviter une approche empirique, souvent longue, coûteuse et pas toujours efficace. Le calcul acoustique d'une batterie à ailettes est actuellement impossible à réaliser avec les outils de simulation classiques (Méthode des Éléments Finis pour les vibrations et Éléments Finis de Frontière pour l'acoustique) à cause du trop grand nombre d'éléments nécessaires. En effet, une batterie typique pour les pompes à chaleur présente environ 600 ailettes par mètre, ce qui conduit à des temps de calcul gigantesques. Une batterie à ailettes est en fait constituée d'une succession périodique d'ailettes parallèles identiques reliées par des tubes (cf. Figure I. 2). Dans cette thèse, on propose d'utiliser une approche périodique pour étudier ce type de structure car l'exploitation de la périodicité permet une réduction de la taille du modèle et doit ainsi rendre possible la réalisation des calculs pour une batterie à ailettes complète.

Ce mémoire comporte quatre chapitres. Le premier chapitre présente les différents types de structures périodiques ainsi que leurs propriétés particulières. Les éléments bibliographiques portant sur ces structures sont ensuite introduits, notamment les différentes méthodes permettant de modéliser leurs vibrations. Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation vibratoire de la batterie à ailettes. S'agissant d'une structure relativement complexe à traiter, il a été décidé de commencer avec une structure plus simple dont la géométrie a été progressivement complexifiée afin de se rapprocher au maximum de la structure réelle. La structure de départ est ainsi constituée de poutres couplées transversalement par des ressorts. Les poutres sont ensuite remplacées par des plaques avant de considérer une structure composée d'ailettes reliées par des tubes. L'objectif principal est ici de pouvoir calculer les déplacements en tout point de la structure à partir de la connaissance d'un seul élément unitaire. Pour chaque structure étudiée, les résultats obtenus sont validés numériquement par comparaison à un calcul éléments finis. Certains phénomènes particuliers, propres aux structures périodiques multi-couplées de façon discrète, sont également mis en évidence.

Le troisième chapitre de ce mémoire s'attache à décrire la modélisation acoustique spécifiquement développée. L'originalité de cette approche réside dans l'utilisation d'un élément unitaire acoustique pour calculer le bruit rayonné par la structure complète. Le calcul est basé sur la périodisation spatiale du champ de pression acoustique pour chacune des ondes. Concernant l'élément unitaire acoustique, plusieurs options sont testées afin de trouver la configuration optimale. De manière analogue à la première partie, plusieurs structures de complexité croissante sont considérées et les différents résultats obtenus sont validés numériquement par comparaison avec le calcul direct de la structure complète en utilisant les éléments finis de frontière.

Enfin, le quatrième chapitre décrit l'aspect expérimental de cette thèse. La durée importante des temps de calcul de la structure complète restreint la validation numérique à des structures composées d'un faible nombre d'ailettes. L'étude d'une structure réelle permet donc de considérer un nombre plus important d'ailettes. Concernant le choix de la structure, plusieurs géométries ont été envisagées et ont conduit à des réalisations différentes. Les conditions dans lesquelles ont été réalisées les mesures sont décrites et les résultats obtenus sont présentés. Afin de se rapprocher de la structure réelle, certains paramètres du modèle numérique sont modifiés, en observant leur influence respective. Les résultats théoriques sont finalement comparés aux valeurs mesurées et une discussion est menée.

Chapitre 1

Éléments de bibliographie

Ce premier chapitre présente les différents types de structures périodiques qu'il est possible de rencontrer ainsi que leurs propriétés particulières et l'utilisation qui peut en être faite. Un état de l'art de l'étude vibroacoustique des structures périodiques est ensuite réalisé. Les principales méthodes permettant de modéliser la propagation des vibrations à travers ces structures sont détaillées et divers exemples sont présentés. La méthode la plus adaptée pour décrire le comportement vibratoire d'une batterie à ailettes est finalement choisie et sera exploitée dans la suite de la thèse.

1.1. Les structures périodiques : des structures particulières

1.1.1. Désignation des structures périodiques

Une structure périodique consiste en la répétition d'un même élément de base. Notons tout d'abord qu'il existe plusieurs types de périodicité :

- unidimensionnelle lorsque le motif est répété dans une seule direction ; il s'agit du cas le plus couramment rencontré (ex. rail de train),
- bidimensionnelle lorsque le motif est répété dans deux directions (ex. grillage, filet, nid d'abeille),
- tridimensionnelle lorsque le motif est répété dans les 3 directions de l'espace (cas de certains matériaux et des cristaux).

Les batteries à ailettes présentent le plus souvent une périodicité unidimensionnelle, mais une disposition particulière des tubes peut conduire à une périodicité bidimensionnelle.

Les structures périodiques peuvent également être classées en fonction du nombre de degrés de liberté de couplage entre deux éléments unitaires :

- les structures périodiques mono-couplées où les éléments unitaires sont reliés par un seul degré de liberté,
- les structures périodiques multi-couplées où les éléments unitaires sont reliés par plusieurs degrés de liberté.

Les structures périodiques mono-couplées ont largement été étudiées dans le passé [Mea70, Sen70, Sen71] car elles représentaient de manière simplifiée les structures réelles afin de pouvoir les modéliser. Actuellement, les outils numériques permettent de modéliser plus facilement des structures avec plus de détails. Les structures périodiques multi-couplées constituent donc dorénavant la majorité des systèmes étudiés [Gry97, Mac05, Mea08].

Une portion d'une structure périodique ainsi que le détail de l'un de ses éléments unitaires sont représentés sur la Figure 1.1. La jonction entre deux éléments unitaires se fait par l'intermédiaire de trois points de couplage, chaque point de couplage possédant un ou plusieurs degrés de liberté.

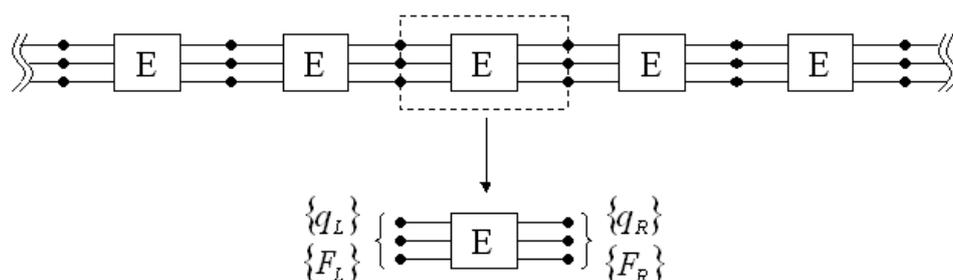


Figure 1.1. Schéma d'une portion d'une structure périodique et détail d'un élément unitaire.

Sur cette même figure, les indices L et R désignent respectivement le côté gauche (Left) et le côté droit (Right) de l'élément unitaire. Ces notations seront réutilisées dans la suite de ce mémoire.

1.1.2. Zones de propagation et d'atténuation

Une des propriétés les plus importantes des structures périodiques non-amorties est l'existence de deux types de zones fréquentielles distinctes : les zones de propagation (pass-band) et les zones d'atténuation (stop-band). Ces deux types de zones, dont le nombre est infini, sont en continuelle alternance. Dans une zone de propagation, tous les éléments vibrent avec la même amplitude mais avec un déphasage dépendant de la fréquence. Les ondes associées sont alors propagatives dans la mesure où l'énergie est transmise à l'ensemble de la structure. Sen Gupta [Sen70] a montré que les modes propres d'une structure périodique finie sont localisés dans les zones fréquentielles de propagation. Son travail a également permis de mettre en évidence le fait que, dans chaque zone de propagation, il existe autant de modes propres qu'il y a d'éléments unitaires dans la structure. A l'opposé, les zones d'atténuation n'introduisent aucun changement de phase mais imposent une décroissance exponentielle de l'amplitude lors du passage à travers un élément unitaire. Les ondes correspondantes sont donc évanescentes. Ces deux types de zones fournissent une vision synthétique du comportement vibratoire d'une structure périodique en fonction de la fréquence.

1.1.3. Application des structures périodiques dans le contrôle passif

Dans la littérature, plusieurs travaux utilisent les propriétés particulières des structures périodiques dans le but d'améliorer le comportement vibratoire et/ou acoustique de certains systèmes. Le principe général de ces travaux est de modifier la position des zones d'atténuation afin de les faire coïncider avec des fréquences de l'excitation et ainsi exploiter le rôle de filtre mécanique des structures périodiques. Par exemple, Blanc [Bla01] a étudié la possibilité de coupler une structure périodique à la surface d'une structure vibrante afin d'en réduire le bruit rayonné. On peut également citer Langley *et al.* [Lan97] qui ont perturbé la périodicité d'une poutre sur des appuis périodiques afin de réduire la transmission des vibrations et minimiser le niveau de contrainte dans la structure. Des excitations harmoniques ainsi que des excitations large bande ont été prises en considération. Ces travaux ont démontré que la modification géométrique d'une structure périodique peut être une solution efficace pour atténuer certains effets négatifs, notamment le bruit émis.

1.2. Modélisation des structures périodiques

1.2.1. Théorème de Floquet-Bloch

L'étude des structures périodiques a été initiée par le travail de Brillouin [Bri46] dans le domaine de la cristallographie. Il a établi un modèle mathématique pour décrire les structures périodiques utilisées en physique du solide, en électricité ainsi qu'en électronique. Il est également à l'origine de la modélisation de la propagation des ondes dans les structures périodiques. Pour une onde se propageant avec une constante de propagation μ au sein d'une structure périodique infinie telle que celle schématisée sur la Figure 1.1, le théorème de Floquet-Bloch permet de relier les déplacements et les efforts de part et d'autre d'un élément unitaire de la façon suivante :

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{q}_R \\ -\mathbf{F}_R \end{Bmatrix}_{\text{onde}} = e^{-\mu} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_L \\ \mathbf{F}_L \end{Bmatrix}_{\text{onde}} \quad (1.1)$$

où q_L , q_R , F_L , F_R désignent respectivement les déplacements et les efforts à gauche et à droite de l'élément unitaire.

Le passage d'une onde au travers de N éléments unitaires se résume ainsi à une multiplication de son amplitude par $e^{-\mu_j}$, ce qui résume bien la puissance de cette formulation. De plus, les zones de propagation et d'atténuation décrites précédemment sont directement observables sur les courbes représentant les constantes de propagation, permettant ainsi une analyse rapide du comportement d'une structure périodique. Cette particularité a conduit de nombreux travaux sur les structures périodiques à délaisser l'approche classique, c'est-à-dire basée sur les modes et fréquences propres, pour adopter une description ondulatoire des phénomènes.

Le travail de Brillouin, toujours largement utilisé dans le domaine de la physique du solide, a notamment été transposé à l'étude de structures mécaniques. Dans le domaine de la construction mécanique, l'utilisation de structures périodiques permet de simplifier les étapes de conception et de réalisation dans la mesure où un même motif de base est répété. Le fort intérêt pour ces structures particulières a conduit de nombreux chercheurs à étudier leur comportement vibratoire. L'article synthétique de Mead [Mea96] passe en revue les différentes méthodes permettant de modéliser les vibrations d'une structure mécanique périodique.

1.2.2. Méthode des harmoniques spatiales

La méthode des harmoniques spatiales a été développée pour pouvoir plus facilement prendre en compte l'effet d'un chargement fluide sur la structure et calculer le rayonnement des structures périodiques. Cette approche décrit les déplacements à l'intérieur de l'élément unitaire sous la forme d'une décomposition en composantes spatialement harmoniques. Dans le cas d'une poutre périodique, cela se traduit par une expression de la forme :

$$w(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n e^{i(\omega t - (\varepsilon_p + 2n\pi)x/L_x)} \quad (1.2)$$

où w désigne le déplacement transversal de la poutre, n est le numéro de l'harmonique considérée, A_n est l'amplitude complexe de l'harmonique n et L_x représente la longueur de la poutre orientée selon l'axe x .

Cette formulation est similaire aux séries de Fourier, la différence résidant dans la présence du terme ε_p qui représente le déphasage entre deux éléments adjacents. Ce déphasage, imposé par le champ de pression $p_0 \exp[i(\omega t - k_p x)]$ qui excite la structure, se calcule en faisant intervenir la longueur d'un élément unitaire L_x :

$$k_p L_x = \varepsilon_p \quad (1.3)$$

La résolution du problème consiste alors à calculer les amplitudes complexes A_n à partir d'un seul élément unitaire. Mead et Pujara [Mea71] furent à l'origine de cette approche et l'ont appliquée à une poutre infinie reposant sur des appuis périodiques. Ils ont explicité le calcul des amplitudes complexes et ont analysé leurs importances respectives pour plusieurs cas d'excitation. Mace [Mac80b] a également utilisé les séries d'harmoniques spatiales pour calculer la réponse d'une structure multidimensionnelle, une plaque infinie périodiquement raidie dans une direction. L'excitation consiste en un champ de pression composé d'ondes planes harmoniques et la résolution utilise une transformée de Fourier. Une plaque infinie renforcée dans deux directions a ensuite été étudiée par Mead [Mea90]. Il a notamment déterminé les harmoniques rayonnantes ainsi que le nombre optimal de ces harmoniques à inclure dans le calcul pour obtenir un résultat correct. On peut enfin citer le travail de Hladky [Hla90] qui a couplé la méthode des harmoniques spatiales avec la méthode des éléments finis afin de considérer des réseaux périodiques de nature différente. En particulier, la transparence acoustique d'une structure excitée par une onde plane a été étudiée.

1.2.3. Résolution directe du problème

La résolution directe du problème est une approche qui peut être qualifiée de globale car la structure est considérée dans sa totalité, sans découpage en cellules élémentaires. Elle convient donc aux structures périodiques composées d'un élément principal continu sur lequel sont disposés des éléments périodiques. Le cas le plus couramment rencontré est

celui d'une plaque avec des raidisseurs. Le problème est abordé de façon « classique », c'est-à-dire en utilisant les équations du mouvement de l'élément principal pour la partie vibratoire et les équations d'Helmholtz et d'Euler pour la partie acoustique. Les éléments périodiques interviennent le plus souvent sous la forme d'efforts et/ou de moments localisés dans l'équation dynamique. Le principal avantage de cette méthode est de pouvoir facilement prendre en compte l'effet d'un chargement fluide. Mace [Mac80a] et plus récemment Maxit [Max08] ont utilisé ce type d'approche afin de calculer les réponses vibratoire et acoustique d'une plaque munie de raidisseurs périodiques. Le problème est traité dans le domaine des nombres d'onde à l'aide de transformées de Fourier spatiales. La solution dans l'espace physique est finalement obtenue par transformée de Fourier inverse.

1.2.4. Méthode des réceptances

La méthode des réceptances fut parmi les premières à avoir été développées car elle permet de traiter une structure périodique sans nécessiter des moyens de calcul importants. Les structures considérées sont souvent simples mais suffisamment représentatives des structures réelles étudiées. Il s'agit d'une approche locale puisque seule une partie de la structure, l'élément unitaire, est modélisée en utilisant les réceptances, c'est-à-dire le rapport entre le déplacement et la force aux points de couplage.

La formulation générale de cette méthode, décrite par Mead [Mea75a, Mea75b], est basée sur l'utilisation de la matrice de réceptance α pour exprimer les déplacements aux points de couplages à gauche et à droite en fonction des efforts associés :

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{q}_L \\ \mathbf{q}_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{LL} & \alpha_{LR} \\ \alpha_{RL} & \alpha_{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_L \\ \mathbf{F}_R \end{Bmatrix} \quad (1.4)$$

L'utilisation du théorème de Floquet-Bloch permet de calculer les constantes de propagation de l'élément unitaire avec une relation simple dans le cas d'une structure périodique mono-couplée :

$$\cosh \mu = \frac{(\alpha_{LL} + \alpha_{RR})}{2\alpha_{LR}} \quad (1.5)$$

mais nécessite de résoudre une équation plus complexe pour une structure périodique multi-couplée, à savoir calculer le déterminant de l'équation :

$$\left[\alpha_{LL} + \alpha_{RR} - e^{\mu} \alpha_{LR} - e^{-\mu} \alpha_{RL} \right] = 0 \quad (1.6)$$

Mead a largement utilisé la méthode des réceptances pour étudier le comportement dynamique de structures périodiques mono et multi-couplées. Dans [Mea75a, Mea75b], il a notamment mis en évidence le lien qui existe entre les fréquences constituant les limites des zones de propagation et les modes propres de l'élément unitaire dans différentes configurations. La propagation d'une onde au sein d'une structure

périodique est clairement illustrée dans [Mea70]. Sen Gupta a appliqué cette approche au cas d'une poutre continue infinie sur des supports périodiques [Sen70], soit une structure périodique mono-couplée avec un seul degré de liberté de couplage entre deux éléments unitaires. Il a également considéré des structures périodiques multi-couplées telles que des plaques avec des renforts [Sen71]. Ces travaux ont permis de mettre en évidence certaines caractéristiques des structures périodiques, en particulier la prédiction des fréquences propres de la structure finie à partir des constantes de propagation.

La méthode basée sur les réceptances a ainsi conduit à une meilleure compréhension des phénomènes liés aux structures périodiques mais a été progressivement délaissée pour des méthodes faisant appel à des moyens de calcul numérique plus performants comme la méthode des éléments finis.

1.2.5. Matrice de transfert

L'approche basée sur la matrice de transfert permet de calculer le comportement dynamique d'une structure périodique en ne modélisant qu'un seul élément unitaire (approche locale). La matrice de transfert \mathbf{T} exprime les déplacements et les efforts aux points de couplage à droite de l'élément unitaire en fonction des déplacements et des efforts aux points de couplage à gauche :

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{q}_R \\ -\mathbf{F}_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{qq} & \mathbf{T}_{qF} \\ \mathbf{T}_{Fq} & \mathbf{T}_{FF} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_L \\ \mathbf{F}_L \end{Bmatrix} \quad (1.7)$$

Il s'agit d'une formulation moins « classique » car les déplacements et les efforts sont mélangés au lieu d'être regroupés dans chacun des membres de l'équation. En revanche, cette formulation apparaît plus « naturelle » pour considérer les structures périodiques dans la mesure où un côté de l'élément unitaire s'exprime en fonction de l'autre. La puissance de la matrice de transfert apparaît lors de l'identification des ondes se propageant dans la structure car les constantes de propagation μ_j peuvent être directement obtenues à partir des valeurs propres λ_j de la matrice de transfert :

$$\lambda_j = e^{-\mu_j} \quad (1.8)$$

Si les constantes de propagation renseignent sur la nature des ondes (propagatives ou évanescentes), les vecteurs propres de la matrice de transfert permettent d'identifier directement le vecteur des ondes composé des déplacements et des efforts aux points de couplage. De plus, cette approche facilite le calcul du passage à travers N éléments unitaires en utilisant la forme diagonale de la matrice de transfert :

$$\mathbf{T} = \mathbf{\Psi} \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Psi}^{-1} \quad (1.9)$$

où $\mathbf{\Psi}$ et $\mathbf{\Lambda}$ désignent respectivement les matrices contenant les vecteurs propres et les valeurs propres de la matrice de transfert.

Au lieu de calculer \mathbf{T}^N , ce qui nécessite un effort de calcul important et comporte des risques numériques lorsque les jonctions possèdent beaucoup de degrés de liberté, il suffit de calculer $\mathbf{\Lambda}^N$. Ce calcul est beaucoup plus simple, la matrice $\mathbf{\Lambda}$ étant diagonale.

En utilisant cette matrice de transfert, Bennett [Ben89] a pu prédire le comportement dynamique d'une coque cylindrique avec des renforts perpendiculaires. Gry et Gontier [Gry97] ont utilisé la matrice de transfert pour modéliser le comportement dynamique de rails. La structure est décrite en utilisant à la fois la méthode des éléments finis et une approche analytique par l'intermédiaire de séries de Fourier. Après avoir identifié les ondes se propageant dans la structure, ils ont validé leur approche en effectuant une comparaison avec des résultats expérimentaux. Mace *et al.* [Mac05] ont cherché à prédire le comportement vibratoire de guides d'onde en utilisant la méthode des éléments finis pour obtenir la matrice de raideur dynamique. Des exemples de nature différente ont été traités, tels qu'une poutre continu, une plaque simplement appuyée ainsi qu'un matériau sandwich viscoélastique. Le calcul des valeurs propres et des vecteurs propres a permis d'identifier les ondes se propageant dans ces structures.

1.2.6. Matrice de raideur dynamique

La forte progression des moyens de calcul numérique a rendu l'utilisation des méthodes éléments finis de plus en plus courante. Il semblait alors avantageux d'appliquer ces méthodes aux structures périodiques pour pouvoir considérer des géométries plus complexes. Orris et Petyt [Orr74] furent les premiers à s'intéresser à cette problématique en utilisant la matrice de raideur dynamique. En éléments finis, le comportement dynamique d'une structure est calculé à l'aide d'une équation de la forme :

$$(\mathbf{K} + j\omega\mathbf{C} - \omega^2\mathbf{M})\mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (1.10)$$

où \mathbf{K} , \mathbf{C} et \mathbf{M} désignent respectivement les matrices de raideur, d'amortissement et de masse de l'élément unitaire. \mathbf{q} et \mathbf{F} désignent les déplacements et les efforts aux nœuds du modèle.

La matrice de raideur dynamique $\tilde{\mathbf{D}}$ est alors définie comme une combinaison des matrices de l'élément unitaire :

$$\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{K} + j\omega\mathbf{C} - \omega^2\mathbf{M} \quad (1.11)$$

Le calcul des constantes de propagation de l'élément unitaire à partir de la matrice de raideur dynamique s'effectue en résolvant une équation du type :

$$\left[\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{RL} & \mathbf{D}_{RR} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - e^{\mu} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{RL} & \mathbf{D}_{RR} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_L \\ \mathbf{q}_R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (1.12)$$

où \mathbf{I} désigne la matrice identité.

Le calcul des vecteurs contenant les déplacements et les efforts correspondant à chacune des ondes se propageant dans la structure nécessite une étape supplémentaire. L'identification des ondes se propageant dans la structure à partir de la matrice de raideur dynamique est donc moins directe que pour la matrice de transfert.

Duhamel *et al.* [Duh06] ont appliqué cette approche locale au calcul de la réponse d'une structure périodique finie à une excitation localisée. La structure est divisée en tronçons non-excités et chaque tronçon est représenté par une matrice de raideur dynamique globale. La comparaison avec un calcul éléments finis de la structure complète a montré des résultats quasi-identiques avec un gain sur les temps de calcul. Plus récemment, Mead [Mea08] a utilisé la matrice de raideur dynamique afin d'établir une méthode générale pour calculer la réponse de structures périodiques de différentes natures, pour plusieurs configurations d'excitations.

1.3. Choix d'une méthode et apport de la thèse

Le passage en revue des différentes méthodes exploitant la périodicité a permis de mettre en évidence les avantages et les limitations de chacune d'entre elles. Il s'agit alors de choisir la plus adaptée pour modéliser le comportement vibroacoustique d'une batterie à ailettes, structure multi-couplée à périodicité unidimensionnelle. La géométrie particulière de la structure permet d'identifier de façon naturelle un élément de base centré sur une ailette. Le choix s'est donc orienté vers une méthode locale, c'est-à-dire diviser la structure en éléments unitaires. Dans les méthodes locales, c'est l'approche utilisant la matrice de transfert qui a finalement été retenue. En effet, cette approche permet d'avoir facilement accès aux ondes se propageant dans la structure, cette description ondulatoire semblant bien se prêter à un calcul de rayonnement acoustique. Dans le travail présenté, le fluide environnant la batterie à ailettes est de l'air, ce qui conduit à négliger l'effet du fluide sur la structure. Il faut noter que le nombre d'études considérant des structures périodiques finies est relativement restreint. Lorsque la structure est finie, il ne s'agit plus seulement de prendre en compte les ondes incidentes, mais il faut également considérer les ondes réfléchies, ce qui conduit à l'existence d'ondes stationnaires au sein de la structure.

Cette thèse s'effectuant dans le cadre d'une étude industrielle, il est nécessaire d'utiliser autant que possible des logiciels disponibles dans le commerce. Les calculs vibratoires et acoustiques ont été respectivement réalisés à l'aide des logiciels Abaqus de SIMULIA et Sysnoise de LMS. L'ensemble des routines permettant d'exploiter analytiquement la périodicité ont été programmées sous Matlab de MathWorks.

Chapitre 2

Modélisation vibratoire

Ce chapitre est consacré à la modélisation du comportement vibratoire des batteries à ailettes. Ces structures périodiques multi-couplées possèdent une géométrie particulière et relativement complexe. Dans un premier temps, une structure simple composée de poutres est considérée, le modèle étant ensuite progressivement modifié afin de traiter le cas d'une structure réelle. Comme indiqué en fin de chapitre précédent, l'élément unitaire est décrit par l'intermédiaire de sa matrice de transfert, d'abord de façon analytique pour le cas simple avant d'introduire la Méthode des Éléments Finis pour traiter les géométries plus complexes. L'utilisation de la décomposition en ondes permet de calculer la déformée de la structure complète à partir de la déformée de l'élément unitaire pour chaque onde se propageant dans la structure. A la différence de nombreux travaux sur les structures périodiques, le caractère fini des structures considérées impose de prendre en compte les conditions aux limites dans les calculs. Pour chaque structure étudiée, l'approche périodique est validée en comparant les résultats obtenus à un calcul FEM de la structure complète. L'étude bibliographique a mis en évidence le faible nombre de travaux portant sur les vibrations des batteries à ailettes. L'analyse des différentes ondes se propageant dans les structures considérées doit ainsi fournir une meilleure connaissance du comportement vibratoire des batteries à ailettes.

2.1. Étude d'un assemblage de poutres reliées par des ressorts

2.1.1. Description de la structure et choix de l'élément unitaire

La structure simplifiée de départ est constituée d'une succession de poutres parallèles couplées transversalement par des ressorts. Une portion de cet assemblage est présentée sur la Figure 2.1. La position des ressorts est volontairement quelconque afin d'éviter tout cas particulier.

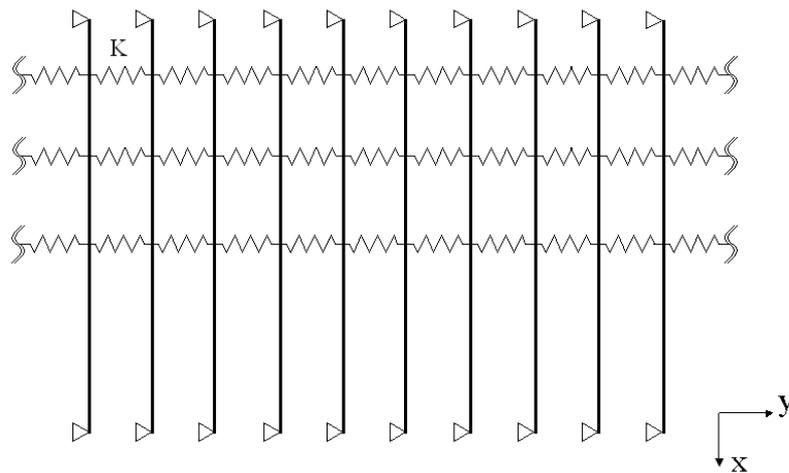


Figure 2.1. Schéma d'une partie de l'assemblage de poutres reliées par des ressorts.

Pour décrire cette structure périodique, l'élément unitaire peut-être choisi parmi trois configurations : une poutre avec des ressorts de raideur K à gauche (Figure 2.2a), une poutre avec des ressorts de raideur $2K$ de chaque côté (Figure 2.2b) ou une poutre avec des ressorts de raideur K à droite (Figure 2.2c).

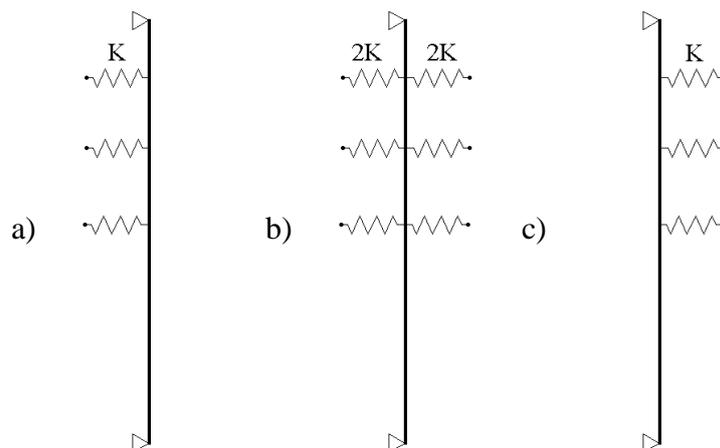


Figure 2.2. Configurations possibles pour l'élément unitaire.

Les travaux de Mead [Mea75a] ont montré que l'utilisation d'un élément unitaire symétrique permet de relier les fréquences limites des zones de propagation aux modes

propres de l'élément unitaire, d'où une meilleure compréhension des phénomènes physiques agissant au sein de la structure. Pour cette raison, l'élément unitaire composé d'une poutre avec des ressorts de raideur $2K$ de chaque côté a été privilégié pour modéliser l'assemblage représenté sur la Figure 2.1.

Les valeurs des différents paramètres utilisés dans le modèle sont détaillées dans le Tableau 2.1.

Symbole	Désignation	Valeur	Unité
E	Module de Young du matériau constituant la poutre	$2.1 \cdot 10^{11}$	Pa
η	Facteur de perte du matériau constituant la poutre	0.001	-
L	Longueur de la poutre	1	m
S	Section de la poutre	1×5	mm ²
K	Raideur des ressorts	800	N.m
ρ	Masse volumique du matériau constituant la poutre	7800	kg.m ⁻³

Tableau 2.1. Valeurs numériques des paramètres du modèle.

Il faut noter que tous les paramètres ont une réalité physique hormis la raideur des ressorts. En effet, cette raideur a été choisie de manière à obtenir des zones de propagation avec une allure « intéressante », c'est-à-dire sur une plage de fréquence relativement large avec une pente régulière. Ce choix devrait permettre une meilleure compréhension du comportement de la structure.

2.1.2. Modèle analytique

Le comportement vibratoire de l'assemblage de poutres est décrit dans un premier temps en utilisant un modèle entièrement analytique. Ce modèle servira ensuite de référence pour la mise en place du modèle numérique faisant appel aux éléments finis. Les notations utilisées dans le modèle sont présentées sur le schéma de la Figure 2.3. Le premier ressort est situé à une distance r de l'extrémité de la poutre et les ressorts suivants sont espacés d'une distance d .

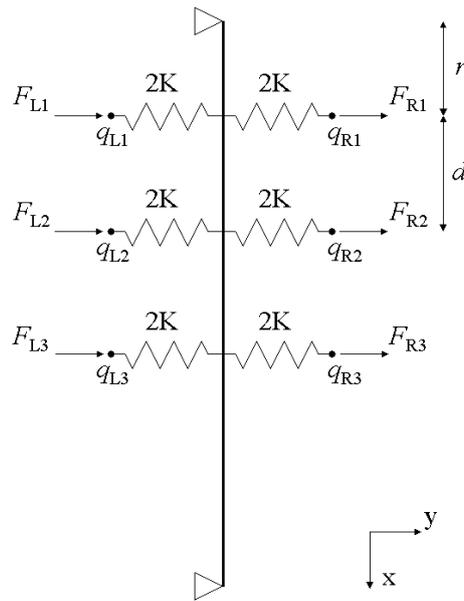


Figure 2.3. Schéma de l'élément unitaire avec les notations utilisées.

La modélisation de l'élément unitaire a pour objectif d'exprimer les déplacements des points de couplage en fonction des efforts associés, tout en faisant intervenir le déplacement de la poutre. Le point de départ du calcul est l'équation de la poutre en flexion dans laquelle les ressorts interviennent sous la forme d'efforts localisés à la jonction avec la poutre :

$$EI \frac{\partial^4 W(x,t)}{\partial x^4} + \rho S \frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial t^2} = \sum_{i=1}^3 [F_{Li} \delta(x - (id + r - d))] + \sum_{i=1}^3 [F_{Ri} \delta(x - (id + r - d))] \quad (2.1)$$

où W désigne le déplacement transversal de la poutre.

Le déplacement de la poutre est décomposé sur les modes propres d'une poutre sur appuis :

$$W(x,t) = e^{j\omega t} \sum_m A_m \sin\left(\frac{m\pi}{L} x\right) \quad (2.2)$$

puis remplacé dans l'équation (2.1) pour donner :

$$EI \sum_m \left[\left(\frac{m\pi}{L}\right)^4 A_m \sin\left(\frac{m\pi}{L} x\right) \right] - \rho S \omega^2 \sum_m \left[A_m \sin\left(\frac{m\pi}{L} x\right) \right] = \sum_{i=1}^3 [(F_{Li} + F_{Ri}) \delta(x - (id + r - d))] \quad (2.3)$$

L'utilisation de l'orthogonalité des modes propres conduit à l'expression suivante :

$$EI \int_0^L \sum_m \left[\left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 A_m \sin\left(\frac{m\pi}{L} x \right) \right] \sin\left(\frac{p\pi}{L} x \right) dx - \rho S \omega^2 \int_0^L \sum_m \left[A_m \sin\left(\frac{m\pi}{L} x \right) \right] \sin\left(\frac{p\pi}{L} x \right) dx$$

$$= \int_0^L \sum_{i=1}^3 [(F_{Li} + F_{Ri}) \delta(x - (id + r - d))] \sin\left(\frac{p\pi}{L} x \right) dx \quad (2.4)$$

qui, après calcul des intégrales, devient :

$$EI \left(\frac{p\pi}{L} \right)^4 A_p \frac{L}{2} - \rho S \omega^2 A_p \frac{L}{2} = \sum_{i=1}^3 \left[(F_{Li} + F_{Ri}) \sin\left(\frac{p\pi}{L} (id + r - d) \right) \right] \quad (2.5)$$

En posant $H_p = \left(EI \left(\frac{p\pi}{L} \right)^4 - \rho S \omega^2 \right) \frac{L}{2}$, les amplitudes modales s'expriment par :

$$A_p = \frac{1}{H_p} \sum_{i=1}^3 \left[(F_{Li} + F_{Ri}) \sin\left(\frac{p\pi}{L} (id + r - d) \right) \right] \quad (2.6)$$

Le bilan des efforts au niveau d'un point de couplage à gauche de l'élément unitaire se traduit par :

$$0 = F_{Lj} + 2K(W(jd + r - d, t) - q_{Lj}) \quad (2.7)$$

soit :

$$0 = F_{Lj} + 2K \left(\sum_m \left[A_m \sin\left(\frac{m\pi}{L} (jd + r - d) \right) \right] \right) - q_{Lj} \quad (2.8)$$

Après réorganisation des termes, l'équation (2.8) devient :

$$F_{Lj} = 2K q_{Lj} - 2K \sum_m \left[A_m \sin\left(\frac{m\pi}{L} (jd + r - d) \right) \right] \quad (2.9)$$

Les amplitudes modales sont ensuite remplacées par leur expression de l'équation (2.6). L'effort au niveau d'un point de couplage à gauche de l'élément unitaire s'écrit :

$$F_{Lj} = 2K q_{Lj} - 2K \sum_m \left[\sum_{i=1}^3 \left[\frac{1}{H_m} (F_{Li} + F_{Ri}) \sin\left(\frac{m\pi}{L}(id + r - d)\right) \right] \sin\left(\frac{m\pi}{L}(jd + r - d)\right) \right] \quad (2.10)$$

Après regroupement des termes relatifs aux déplacements et aux efforts, l'équation (2.10) devient :

$$q_{Lj} = \frac{F_{Lj}}{2K} + \sum_m \left[\sum_{i=1}^3 \left[\frac{1}{H_m} (F_{Li} + F_{Ri}) \sin\left(\frac{m\pi}{L}(id + r - d)\right) \right] \sin\left(\frac{m\pi}{L}(jd + r - d)\right) \right] \quad (2.11)$$

Un raisonnement similaire pour un point de couplage à droite de l'élément unitaire conduit à :

$$q_{Rj} = \frac{F_{Rj}}{2K} + \sum_m \left[\sum_{i=1}^3 \left[\frac{1}{H_m} (F_{Li} + F_{Ri}) \sin\left(\frac{m\pi}{L}(id + r - d)\right) \right] \sin\left(\frac{m\pi}{L}(jd + r - d)\right) \right] \quad (2.12)$$

L'écriture matricielle des équations (2.11) et (2.12) aboutit finalement à l'expression suivante :

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{q}_L \\ \mathbf{q}_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2K} \mathbf{I} + \mathbf{G} & \mathbf{G} \\ \mathbf{G} & \frac{1}{2K} \mathbf{I} + \mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_L \\ \mathbf{F}_R \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

où $G_{ij} = \sum_m \frac{1}{H_m} \sin\left(\frac{m\pi}{L}(id + r - d)\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L}(jd + r - d)\right)$ et \mathbf{I} désigne la matrice identité.

La matrice de l'équation (2.13) est connue sous le nom de matrice de réceptance car elle exprime les déplacements des points de couplage en fonction des efforts associés. Dans le cas général, cette matrice, notée $\boldsymbol{\alpha}$, s'exprime sous la forme :

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{q}_L \\ \mathbf{q}_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_{LL} & \boldsymbol{\alpha}_{LR} \\ \boldsymbol{\alpha}_{RL} & \boldsymbol{\alpha}_{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_L \\ \mathbf{F}_R \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

Or, comme énoncé dans le premier chapitre, le choix a été fait d'utiliser la matrice de transfert pour modéliser l'élément unitaire. Elle s'obtient en combinant les termes de la matrice de réceptance de la façon suivante :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{RR} \mathbf{a}_{LR}^{-1} & \mathbf{a}_{RL} - \mathbf{a}_{RR} \mathbf{a}_{LR}^{-1} \mathbf{a}_{LL} \\ -\mathbf{a}_{LR}^{-1} & \mathbf{a}_{LR}^{-1} \mathbf{a}_{LL} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Dans la suite, les valeurs propres et les vecteurs propres de cette matrice de transfert sont calculés puis utilisés pour modéliser le comportement dynamique de l'élément unitaire.

2.1.3. Modèle éléments finis

Les structures avec une géométrie complexe telles que les batteries à ailettes ne peuvent pas être modélisées de façon analytique. Il est alors nécessaire de faire appel à des méthodes numériques telles que la Méthode des Éléments Finis (FEM). Dans cette section, cette méthode est utilisée afin de décrire le comportement vibratoire de l'élément unitaire. Le modèle numérique mis en place est validé dans la section suivante en comparant les résultats obtenus avec ceux du modèle analytique de référence. Cette validation permet de s'assurer de la bonne utilisation des outils de modélisation numérique.

2.1.3.1. Formulation générale

La modélisation des structures périodiques avec la méthode des éléments finis se fait aisément en utilisant la matrice de raideur dynamique $\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{K} + j\omega\mathbf{C} - \omega^2\mathbf{M}$, où \mathbf{K} , \mathbf{C} et \mathbf{M} sont les matrices de raideur, d'amortissement et de masse de l'élément unitaire [Orr74]. Cette matrice peut se diviser sur les degrés de liberté à gauche (L), à droite (R) et internes (I). L'équation (1.10) se met alors sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}_{II} & \tilde{\mathbf{D}}_{IL} & \tilde{\mathbf{D}}_{IR} \\ \tilde{\mathbf{D}}_{LI} & \tilde{\mathbf{D}}_{LL} & \tilde{\mathbf{D}}_{LR} \\ \tilde{\mathbf{D}}_{RI} & \tilde{\mathbf{D}}_{RL} & \tilde{\mathbf{D}}_{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_I \\ \mathbf{q}_L \\ \mathbf{q}_R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_I \\ \mathbf{F}_L \\ \mathbf{F}_R \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

Dans le cas général, aucune excitation n'est appliquée sur les nœuds internes du modèle, d'où $\mathbf{F}_I = \mathbf{0}$. Les déplacements de ces nœuds peuvent ainsi s'exprimer exclusivement en fonction des déplacements des nœuds de couplage à gauche et à droite de l'élément unitaire :

$$\tilde{\mathbf{D}}_{II} \mathbf{q}_I + \tilde{\mathbf{D}}_{IL} \mathbf{q}_L + \tilde{\mathbf{D}}_{IR} \mathbf{q}_R = \mathbf{0} \text{ soit } \mathbf{q}_I = -\tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} (\tilde{\mathbf{D}}_{IL} \mathbf{q}_L + \tilde{\mathbf{D}}_{IR} \mathbf{q}_R) \quad (2.17)$$

Les degrés de liberté internes peuvent ainsi être éliminés, ce qui conduit à écrire la matrice de raideur dynamique sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}_{LL} - \tilde{\mathbf{D}}_{LI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IL} & \tilde{\mathbf{D}}_{LR} - \tilde{\mathbf{D}}_{LI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IR} \\ \tilde{\mathbf{D}}_{RL} - \tilde{\mathbf{D}}_{RI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IL} & \tilde{\mathbf{D}}_{RR} - \tilde{\mathbf{D}}_{RI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_L \\ \mathbf{q}_R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_L \\ \mathbf{F}_R \end{Bmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{LL} & \mathbf{D}_{LR} \\ \mathbf{D}_{RL} & \mathbf{D}_{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_L \\ \mathbf{q}_R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_L \\ \mathbf{F}_R \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

La matrice de transfert \mathbf{T} de l'élément unitaire est ensuite calculée à partir de la matrice de raideur dynamique en combinant les termes de cette dernière :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -\mathbf{D}_{LR}^{-1} \mathbf{D}_{LL} & \mathbf{D}_{LR}^{-1} \\ -\mathbf{D}_{RL} + \mathbf{D}_{RR} \mathbf{D}_{LR}^{-1} \mathbf{D}_{LL} & -\mathbf{D}_{RR} \mathbf{D}_{LR}^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

2.1.3.2. Cas particulier

La formulation présentée précédemment correspond au cas général et doit être modifiée lorsque des conditions aux limites sont imposées à l'intérieur de l'élément unitaire. Pour les poutres simplement appuyées considérées dans ce chapitre, les appuis doivent être directement pris en compte dans la matrice de transfert. La première étape consiste à distinguer les degrés de liberté concernés par les appuis (S) (i.e. trois translations à chaque nœud) des degrés de liberté internes (I) :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}_{II} & \tilde{\mathbf{D}}_{IL} & \tilde{\mathbf{D}}_{IR} & \tilde{\mathbf{D}}_{IS} \\ \tilde{\mathbf{D}}_{LI} & \tilde{\mathbf{D}}_{LL} & \tilde{\mathbf{D}}_{LR} & \tilde{\mathbf{D}}_{LS} \\ \tilde{\mathbf{D}}_{RI} & \tilde{\mathbf{D}}_{RL} & \tilde{\mathbf{D}}_{RR} & \tilde{\mathbf{D}}_{RS} \\ \tilde{\mathbf{D}}_{SI} & \tilde{\mathbf{D}}_{SL} & \tilde{\mathbf{D}}_{SR} & \tilde{\mathbf{D}}_{SS} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_I \\ \mathbf{q}_L \\ \mathbf{q}_R \\ \mathbf{q}_S \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_I \\ \mathbf{F}_L \\ \mathbf{F}_R \\ \mathbf{F}_S \end{Bmatrix} \quad (2.20)$$

Comme dans le cas général, aucune excitation n'est appliquée sur les nœuds internes, ce qui permet d'exprimer les degrés de liberté internes sous la forme :

$$\tilde{\mathbf{D}}_{II} \mathbf{q}_I + \tilde{\mathbf{D}}_{IL} \mathbf{q}_L + \tilde{\mathbf{D}}_{IR} \mathbf{q}_R + \tilde{\mathbf{D}}_{IS} \mathbf{q}_S = \mathbf{0} \quad \text{soit} \quad \mathbf{q}_I = -\tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} (\tilde{\mathbf{D}}_{IL} \mathbf{q}_L + \tilde{\mathbf{D}}_{IR} \mathbf{q}_R + \tilde{\mathbf{D}}_{IS} \mathbf{q}_S) \quad (2.21)$$

La matrice de raideur dynamique s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}_{LL} - \tilde{\mathbf{D}}_{LI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IL} & \tilde{\mathbf{D}}_{LR} - \tilde{\mathbf{D}}_{LI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IR} & \tilde{\mathbf{D}}_{LS} - \tilde{\mathbf{D}}_{LI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IS} \\ \tilde{\mathbf{D}}_{RL} - \tilde{\mathbf{D}}_{RI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IL} & \tilde{\mathbf{D}}_{RR} - \tilde{\mathbf{D}}_{RI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IR} & \tilde{\mathbf{D}}_{RS} - \tilde{\mathbf{D}}_{RI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IS} \\ \tilde{\mathbf{D}}_{SL} - \tilde{\mathbf{D}}_{SI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IL} & \tilde{\mathbf{D}}_{SR} - \tilde{\mathbf{D}}_{SI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IR} & \tilde{\mathbf{D}}_{SS} - \tilde{\mathbf{D}}_{SI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IS} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_L \\ \mathbf{q}_R \\ \mathbf{q}_S \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_L \\ \mathbf{F}_R \\ \mathbf{F}_S \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

La condition d'appui des poutres équivaut à bloquer la translation des nœuds concernés, soit $\mathbf{q}_s = \mathbf{0}$. La matrice de raideur dynamique s'écrit donc finalement :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}_{LL} - \tilde{\mathbf{D}}_{LI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IL} & \tilde{\mathbf{D}}_{LR} - \tilde{\mathbf{D}}_{LI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IR} \\ \tilde{\mathbf{D}}_{RL} - \tilde{\mathbf{D}}_{RI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IL} & \tilde{\mathbf{D}}_{RR} - \tilde{\mathbf{D}}_{RI} \tilde{\mathbf{D}}_{II}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}_{IR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_L \\ \mathbf{q}_R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_L \\ \mathbf{F}_R \end{Bmatrix} \quad (2.23)$$

La matrice de transfert de l'élément unitaire se calcule ensuite de la même manière que dans le cas général, en utilisant l'équation (2.19).

2.1.4. Constantes de propagation et vecteurs propres

La représentation des constantes de propagation (parties réelle et imaginaire) en fonction de la fréquence permet d'identifier les zones de propagation et d'atténuation décrites dans le paragraphe 1.2.1.2. Cette particularité permet d'apprécier le comportement dynamique de l'élément unitaire, et donc de la structure périodique complète, sur l'ensemble de la plage de fréquences. Pour rappel, les constantes de propagation sont calculées à partir des valeurs propres de la matrice de transfert tel qu'indiqué par l'équation (1.8).

2.1.4.1. Comparaison du modèle analytique et du modèle numérique

Le modèle numérique éléments finis de l'élément unitaire est constitué de 50 éléments poutres de longueur 20 mm. Sa conformité par rapport au modèle analytique est établie en comparant les constantes de propagation obtenues en utilisant la matrice de raideur dynamique (équation (2.19)) aux constantes issues de l'approche analytique (équation (2.15)). Ces différentes entités sont tracées sur la Figure 2.4.

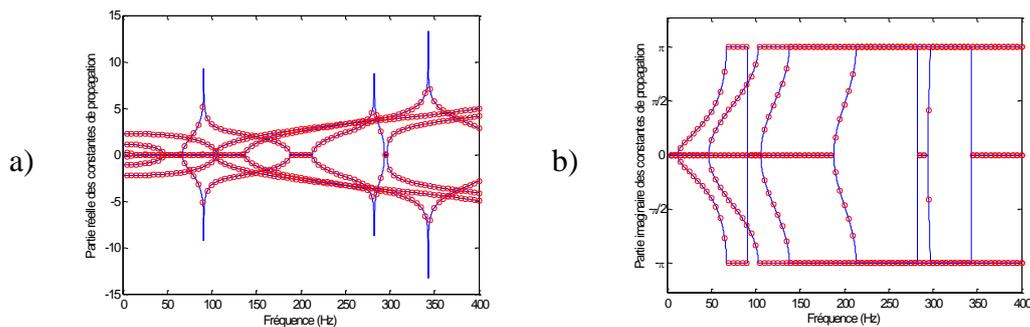


Figure 2.4. Comparaison des constantes de propagation obtenues avec le modèle analytique (—) et le modèle numérique (o) ; (a) partie réelle et (b) partie imaginaire.

Les constantes de propagation obtenues avec le modèle numérique sont identiques à celles obtenues avec le modèle analytique sur l'ensemble de la plage de fréquences. Le modèle numérique mis en place permet donc de décrire correctement le comportement dynamique de l'élément unitaire tout en présentant l'avantage de pouvoir traiter des géométries plus complexes.

2.1.4.2. Analyse du comportement dynamique de la structure périodique

Le calcul des valeurs propres de la matrice de transfert correspondant à l'élément unitaire représenté sur la Figure 2.2b conduit aux constantes de propagation de la Figure 2.5. Il existe autant de paires de constantes qu'il y a de couplages entre deux éléments unitaires. Dans le cas étudié, il y a trois ressorts entre chaque poutre, ce qui conduit à trois paires de constantes de propagation.

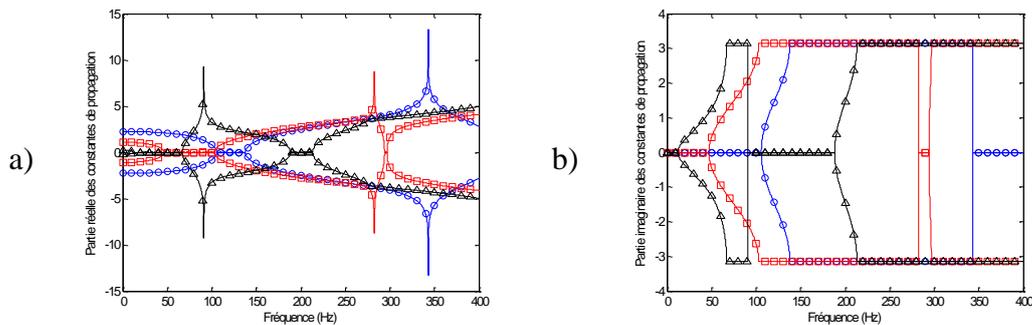


Figure 2.5. Constantes de propagation d'une poutre avec trois ressorts de chaque côté ; (a) partie réelle et (b) partie imaginaire ; $-\Delta-$, paire n°1 ; $-\square-$, paire n°2 ; $-\circ-$, paire n°3.

Le choix d'une raideur relativement faible pour les ressorts permet d'obtenir des zones de propagation larges en fréquences, et donc facilement identifiables. Sur la Figure 2.5, la première constante de propagation présente deux zones de propagation, de 12 à 67 Hz ainsi que de 188 à 213 Hz. La deuxième constante montre également deux zones de propagation, de 47 à 103 Hz et de 294 à 297 Hz. Enfin, la troisième constante n'a qu'une seule zone de propagation dans la plage de fréquence étudiée, de 106 à 138 Hz.

Sen Gupta [Sen71] a montré que les modes propres de la structure complète apparaissent dans ces zones de propagation. L'étude des constantes de propagation permet donc d'obtenir une première information concernant le comportement vibratoire de la structure complète. L'étape suivante consiste à analyser les vecteurs propres de la matrice de transfert dans l'optique d'associer les modes propres de l'élément unitaire aux zones identifiées précédemment. Les déplacements ainsi que les efforts du vecteur propre associé à la première zone de propagation sont tracés en Figure 2.6. Les trois composantes correspondent aux trois points de couplage de la jonction.

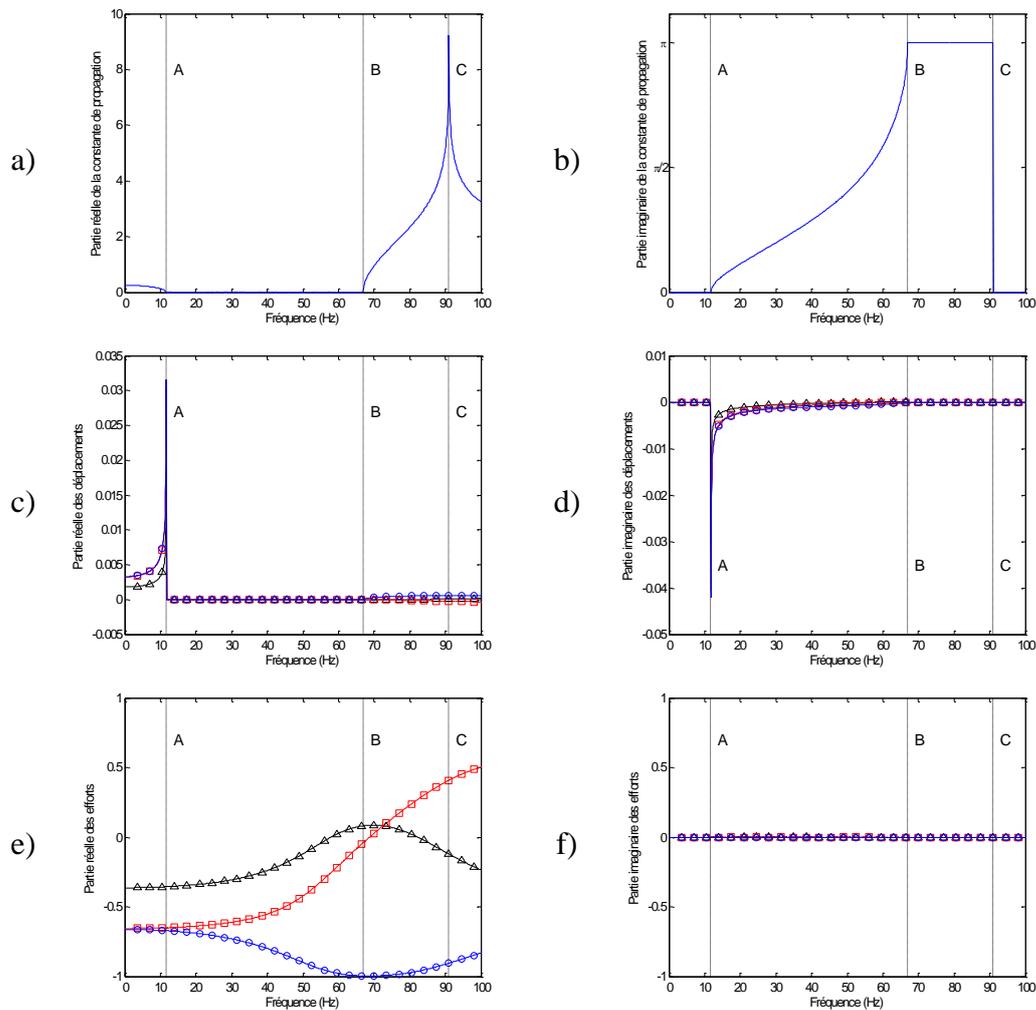


Figure 2.6. (a) Parties réelle et (b) imaginaire de la constante de propagation ; (c) partie réelle et (d) partie imaginaire des déplacements du vecteur propre ; (e) partie réelle et (f) partie imaginaire des efforts du vecteur propre ; $-\triangle-$, composante 1 ; $-\square-$, composante 2 ; $-\circ-$, composante 3.

Sur la Figure 2.6, les déplacements du vecteur propre sont très importants au début de la zone de propagation, repéré par le trait A à environ 12 Hz. En ce qui concerne le comportement dynamique de l'élément unitaire, cela se traduit par un déplacement sans contrainte des extrémités des ressorts. Cette fréquence correspond donc à un mode propre de l'élément unitaire avec les points de couplage libres, c'est-à-dire une poutre sur appuis telle que schématisée sur la Figure 2.7a.

A la fin de la zone de propagation, repérée par le trait B à 67 Hz, tous les déplacements du vecteur propre sont nuls. Cet état équivaut à bloquer les extrémités des ressorts de couplage. Cette configuration étant identique à celle de l'élément unitaire avec les points de couplage bloqués (Figure 2.7b), les fréquences propres de ce dernier constituent donc les limites hautes des zones de propagation.

Ces deux configurations avaient déjà été mises en évidence par Mead [Mea75a] grâce à une analyse précise des termes de la matrice de réceptance. Dans le travail présenté, ce phénomène a pu être directement observé sur les courbes représentant les vecteurs propres. De plus, la géométrie particulière de la structure étudiée, à savoir des poutres couplées transversalement de façon discrète, permet d'identifier une troisième

configuration. Sur la Figure 2.6, à la fréquence de 91 Hz (trait C), la partie réelle de la constante de propagation présente un maximum et la partie imaginaire passe brusquement de π à 0. L'étude du comportement dynamique de l'élément unitaire montre que cette fréquence correspond à une fréquence propre d'une poutre bloquée au niveau des points de couplage telle que représentée sur la Figure 2.7c. Dans cette configuration, quel que soit l'état du vecteur propre, la poutre excitée est isolée du reste de l'assemblage. D'un point de vue physique, cela se traduit par une atténuation quasi-totale de l'onde associée.

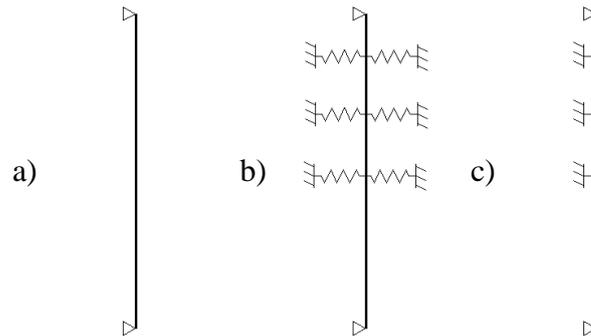


Figure 2.7. Configurations de l'élément unitaire ; (a) points de couplage libres, (b) points de couplage bloqués, (c) poutre bloquée au niveau des ressorts.

La manière dont les vibrations se transmettent d'un élément unitaire à un autre semblent donc évoluer en fonction de la fréquence ; transmises intégralement par l'intermédiaire des déplacements au début de la zone de propagation (points de couplage libres), les vibrations sont ensuite transmises intégralement par l'intermédiaire d'efforts à la fin de cette même zone (points de couplage bloqués), pour ensuite ne plus être transmises lorsque l'atténuation est maximale. Cette observation contribue à une meilleure compréhension du comportement dynamique des structures périodiques multi-couplées telles que l'assemblage de poutres considérés.

2.1.5. Calcul de toutes les jonctions de la structure périodique finie

2.1.5.1. Présentation du problème

Après avoir analysé le comportement vibratoire de l'élément unitaire, considérons maintenant la structure périodique finie. En utilisant le théorème de Floquet-Bloch, il est possible de connaître l'état de toutes les jonctions de la structure périodique à partir d'une seule d'entre elles. L'essentiel du travail consiste donc à calculer l'état de la jonction de départ. Pour cela, la structure est divisée en tronçons d'éléments unitaires non-excités et les conditions aux limites de la structure sont prises en compte. Dans le cas étudié, représenté schématiquement sur la Figure 2.8, la structure est excitée à une extrémité par un effort localisé sur le premier ressort à gauche et les autres ressorts sont bloqués. On ne considère donc qu'un seul tronçon constitué de 10 éléments unitaires.

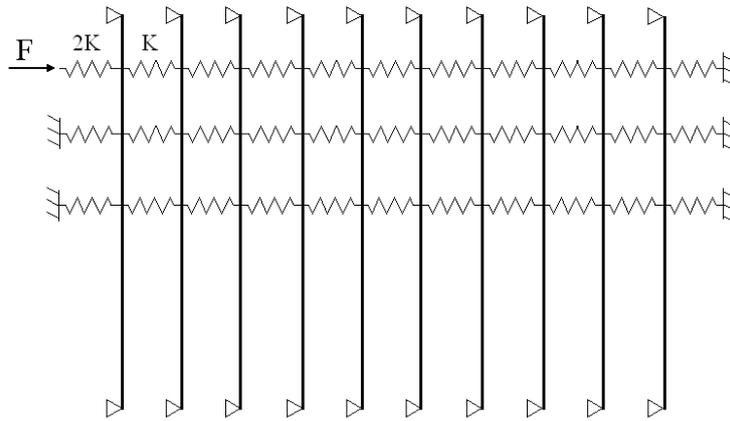


Figure 2.8. Schéma de l'assemblage de poutres considéré avec les conditions aux limites imposées.

2.1.5.2. Méthode de calcul

Ce paragraphe détaille la méthode générale de calcul utilisée pour calculer l'état des jonctions situées aux extrémités de la structure périodique finie. Pour un tronçon composé de N_{elem} éléments unitaires, les déplacements \mathbf{q}_{endR} et les efforts \mathbf{F}_{endR} au niveau de l'extrémité droite de la structure complète s'expriment en fonction des déplacements \mathbf{q}_{endL} et des efforts \mathbf{F}_{endL} au niveau de l'extrémité gauche en faisant intervenir la matrice de transfert :

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{q}_{\text{endR}} \\ -\mathbf{F}_{\text{endR}} \end{Bmatrix} = \mathbf{T}^{N_{\text{elem}}} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_{\text{endL}} \\ \mathbf{F}_{\text{endL}} \end{Bmatrix} \quad (2.24)$$

L'utilisation directe de la matrice de transfert nécessite des efforts de calcul importants à cause de la puissance N_{elem} . Il apparaît alors plus efficace d'exploiter sa forme diagonalisée qui fait intervenir la matrice diagonale des valeurs propres $\mathbf{\Lambda}$ ainsi que la matrice des vecteurs propres $\mathbf{\Phi}$. La relation entre les deux jonctions extrêmes de la structure complète s'écrit donc :

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{q}_{\text{endR}} \\ -\mathbf{F}_{\text{endR}} \end{Bmatrix} = \mathbf{\Phi} \mathbf{\Lambda}^{N_{\text{elem}}} \mathbf{\Phi}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_{\text{endL}} \\ \mathbf{F}_{\text{endL}} \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

Les conditions aux limites de la structure complète sont ensuite prises en compte. Pour cela, les vecteurs contenant les déplacements et les efforts d'une extrémité sont décomposés en termes connus (i.e. imposés) et inconnus :

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{q}_{\text{endR}}^{\text{known}} \\ \mathbf{q}_{\text{endR}}^{\text{unknown}} \\ -\mathbf{F}_{\text{endR}}^{\text{known}} \\ -\mathbf{F}_{\text{endR}}^{\text{unknown}} \end{Bmatrix} = \Phi \Lambda^{N_{\text{elem}}} \Phi^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_{\text{endL}}^{\text{known}} \\ \mathbf{q}_{\text{endL}}^{\text{unknown}} \\ \mathbf{F}_{\text{endL}}^{\text{known}} \\ \mathbf{F}_{\text{endL}}^{\text{unknown}} \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$

où les indices *known* et *unknown* désignent respectivement les termes connus et inconnus.

Il faut noter que la moitié des termes de chaque vecteur est connue dans la mesure où, soit le déplacement, soit l'effort est imposé. Le fait d'imposer le déplacement d'un point de couplage implique une force de réaction inconnue. Inversement, lorsque l'effort est imposé, le déplacement associé est inconnu et doit donc être calculé. Par conséquent, le vecteur contenant les déplacements connus de la jonction droite $\mathbf{q}_{\text{endR}}^{\text{known}}$ est de dimension égale au vecteur contenant les efforts inconnus de la même jonction $\mathbf{F}_{\text{endR}}^{\text{unknown}}$.

En notant $\Psi = \Phi^{-1}$ et en faisant apparaître les différentes sous-matrices correspondant aux efforts et aux déplacements, l'équation (2.25) se met sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \Psi_{\text{qR}}^{\text{known}} & \Psi_{\text{qR}}^{\text{unknown}} & \Psi_{\text{FR}}^{\text{known}} & \Psi_{\text{FR}}^{\text{unknown}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_{\text{endR}}^{\text{known}} \\ \mathbf{q}_{\text{endR}}^{\text{unknown}} \\ -\mathbf{F}_{\text{endR}}^{\text{known}} \\ -\mathbf{F}_{\text{endR}}^{\text{unknown}} \end{Bmatrix} \quad (2.27)$$

$$= \Lambda^{N_{\text{elem}}} \begin{bmatrix} \Psi_{\text{qL}}^{\text{known}} & \Psi_{\text{qL}}^{\text{unknown}} & \Psi_{\text{FL}}^{\text{known}} & \Psi_{\text{FL}}^{\text{unknown}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_{\text{endL}}^{\text{known}} \\ \mathbf{q}_{\text{endL}}^{\text{unknown}} \\ \mathbf{F}_{\text{endL}}^{\text{known}} \\ \mathbf{F}_{\text{endL}}^{\text{unknown}} \end{Bmatrix}$$

La résolution du problème s'effectue en exprimant les termes inconnus en fonction des termes connus :

$$\begin{aligned}
 & \left[\Psi_{qR}^{\text{unknown}} \quad - \Lambda^{N_{\text{elem}}} \Psi_{qL}^{\text{unknown}} \quad - \Psi_{FR}^{\text{unknown}} \quad - \Lambda^{N_{\text{elem}}} \Psi_{FL}^{\text{unknown}} \right] \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_{\text{endR}}^{\text{unknown}} \\ \mathbf{q}_{\text{endL}}^{\text{unknown}} \\ \mathbf{F}_{\text{endR}}^{\text{unknown}} \\ \mathbf{F}_{\text{endL}}^{\text{unknown}} \end{Bmatrix} \\
 & = \left[- \Psi_{qR}^{\text{known}} \quad \Lambda^{N_{\text{elem}}} \Psi_{qL}^{\text{known}} \quad \Psi_{FR}^{\text{known}} \quad \Lambda^{N_{\text{elem}}} \Psi_{FL}^{\text{known}} \right] \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_{\text{endR}}^{\text{known}} \\ \mathbf{q}_{\text{endL}}^{\text{known}} \\ \mathbf{F}_{\text{endR}}^{\text{known}} \\ \mathbf{F}_{\text{endL}}^{\text{known}} \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

En remplaçant les termes connus par les valeurs imposées dans l'équation (2.28), les deux jonctions extrêmes de la structure complète sont alors entièrement déterminées. Le théorème de Floquet-Bloch permet ensuite, par propagation des ondes, de connaître l'état de toutes les jonctions de la structure périodique finie.

2.1.5.3. Validation

L'approche présentée précédemment est validée par comparaison avec le calcul de la structure complète par la méthode des éléments finis. La Figure 2.9a présente le déplacement du point de couplage excité tandis que la Figure 2.9b présente l'effort au niveau d'un ressort de l'extrémité droite. La partie imaginaire des constantes de propagation est également représentée afin de mettre en évidence la corrélation entre les résultats et les zones de propagation.

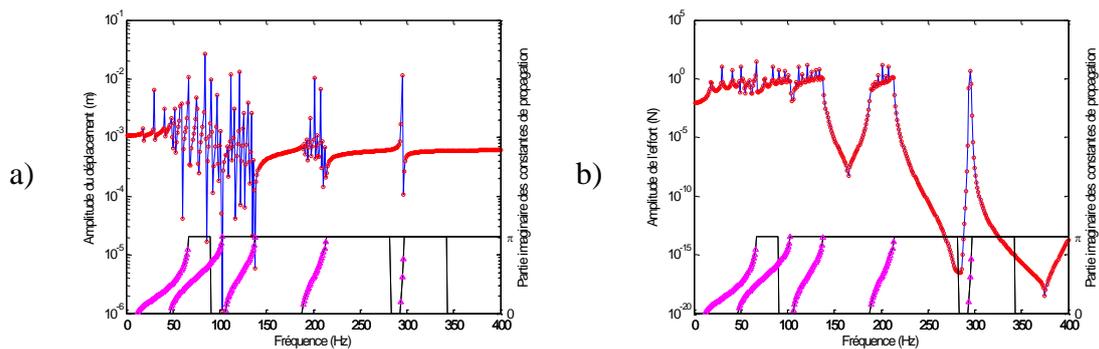


Figure 2.9. Comparaison entre l'approche périodique (o) et le calcul éléments finis de la structure complète (—) ; -△- position des zones de propagation ; (a) déplacement de la jonction excitée, (b) effort sur un ressort de l'extrémité droite.

La comparaison des déplacements et des efforts montre une parfaite concordance avec les résultats du calcul éléments finis. La pertinence de l'approche développée pour calculer les vibrations d'une structure périodique finie est donc démontrée. De plus, les courbes de la Figure 2.9 illustrent parfaitement le comportement vibratoire d'une structure périodique. En effet, les zones de propagation se repèrent facilement

puisqu'elles contiennent les modes propres de la structure, ce qui se traduit par une succession de pics sur la réponse vibratoire. Entre les portions contenant les pics se trouvent des portions plus lisses avec une amplitude comparable au reste du graphique dans le cas de l'extrémité gauche (Figure 2.9a) mais avec une très faible amplitude dans le cas de l'extrémité droite (Figure 2.9b). Ces portions correspondent aux zones d'atténuation où l'amplitude des ondes devient faible lorsque le nombre d'éléments traversés est important.

2.1.6. Calcul du déplacement de toutes les poutres de la structure complète

L'état de toutes les jonctions de la structure complète est désormais connu. Il est cependant plus utile de connaître le déplacement des poutres car elles représentent les ailettes de la batterie à ailettes dont on souhaite connaître le bruit rayonné. Pour calculer le déplacement des poutres de l'assemblage, la description ondulatoire permise par l'utilisation de la matrice de transfert est exploitée. La première étape consiste à calculer le déplacement de l'élément unitaire $d_{\text{unit,wave}i}(x,0)$ pour chacune des ondes existant dans la structure. Pour cela, les déplacements d'un vecteur propre sont imposés aux points de couplage à gauche de l'élément unitaire, et les mêmes déplacements multipliés par la valeur propre associée sont imposés aux points de couplage à droite. Le nombre de calculs à réaliser est égal aux nombres d'ondes existants dans la structure. La déformée de l'élément unitaire pour les ondes se propageant dans le sens négatif est identique au signe près à la déformée de l'élément unitaire pour les ondes se propageant dans le sens positif.

Pour chaque onde, le déplacement de l'élément unitaire est ensuite propagé d'une poutre à la suivante en le multipliant par la valeur propre correspondante. Le déplacement de la structure complète du au passage de l'onde i s'écrit alors :

$$d_{\text{struct,wave}i}(x, k\Delta) = d_{\text{unit,wave}i}(x,0) e^{k\mu_i} \quad (2.29)$$

où Δ représente l'écart entre les ailettes et k désigne le nombre d'éléments unitaires traversés, $0 \leq k \leq N_{\text{elem}}$.

Les déformées de l'assemblage de poutres calculées à la fréquence de 200 Hz pour les six ondes existant dans la structure sont présentées en Figure 2.10.

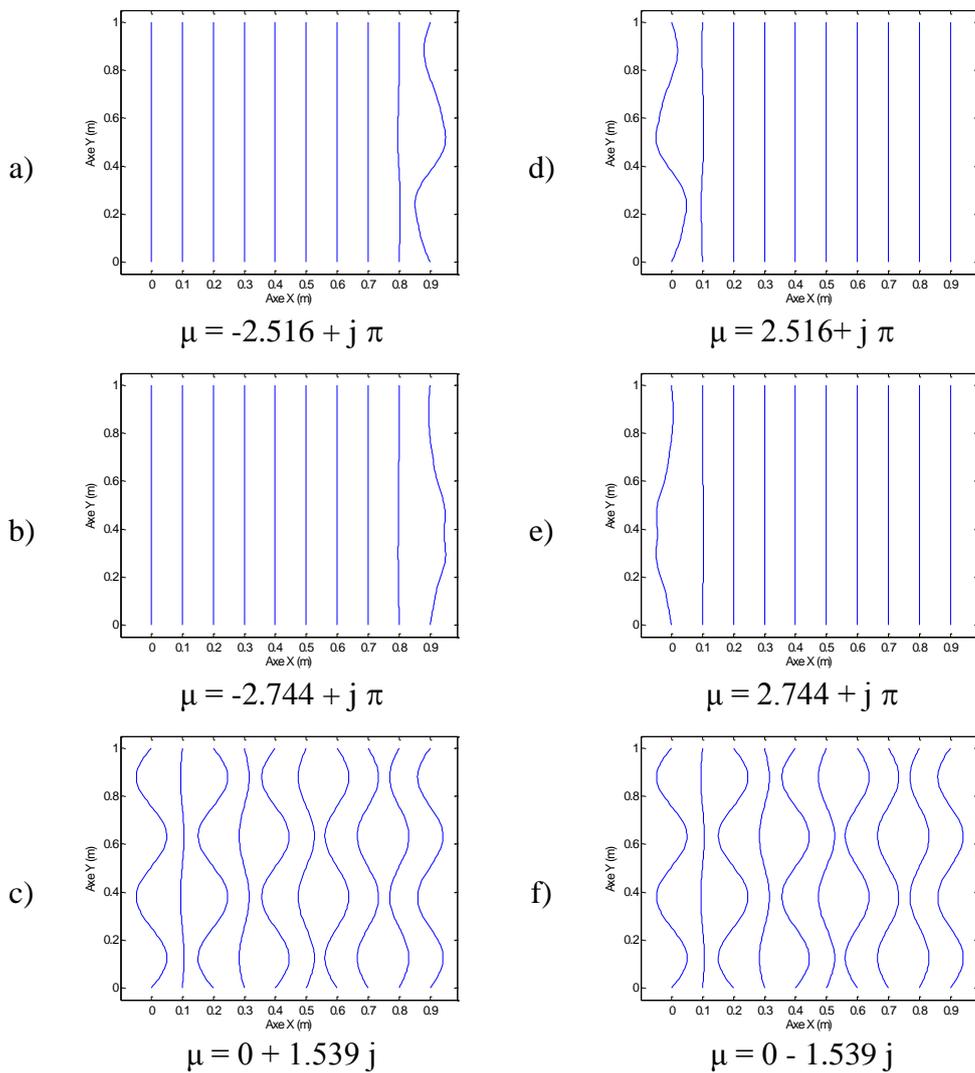


Figure 2.10. Déformée de l'assemblage à 200 Hz pour les ondes 1 (a), 2 (b), 3 (c), 4 (d), 5 (e) et 6 (f).

A la fréquence considérée, les ondes 1, 2, 4 et 5 possèdent une constante de propagation purement réelle, ce qui leur confère un caractère évanescent. Au niveau de la déformée de la structure complète, le déplacement de la première ou de la dernière poutre, selon que l'onde se propage dans le sens positif ou dans le sens négatif, est largement supérieur au déplacement des autres poutres. Cela illustre bien l'atténuation subie par les ondes évanescentes. Les ondes 3 et 6 possèdent une constante de propagation purement imaginaire, elles se propagent donc dans l'ensemble de la structure sans atténuation.

Toutes les ondes sont ensuite combinées en tenant compte de leurs amplitudes respectives. Ces amplitudes α sont calculées en décomposant une jonction de la structure sur les vecteurs propres Φ de la matrice de transfert selon :

$$\alpha = \Phi^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{F} \end{Bmatrix} \quad (2.30)$$

Le déplacement en tout point de l'assemblage de poutres s'obtient donc par :

$$d_{struct}(x, k\Delta) = \sum_{i=1}^{2N_{coup}} \alpha_i d_{struct,wavei}(x, k\Delta) \quad (2.31)$$

Soit finalement, après remplacement de l'expression de l'équation (2.29):

$$d_{struct}(x, k\Delta) = \sum_{i=1}^{2N_{coup}} \alpha_i d_{unit,wavei}(x, 0) e^{k\mu_i} \quad (2.32)$$

La réalisation de ce calcul à 200 Hz conduit à la déformée totale de l'assemblage représentée sur la Figure 2.11. L'amplitude des ondes 3 et 6 (propagatives) est très largement supérieure par rapport aux ondes 1, 2, 4 et 5 (évanescentes), ce qui apparaît très bien sur la déformée totale de la structure.

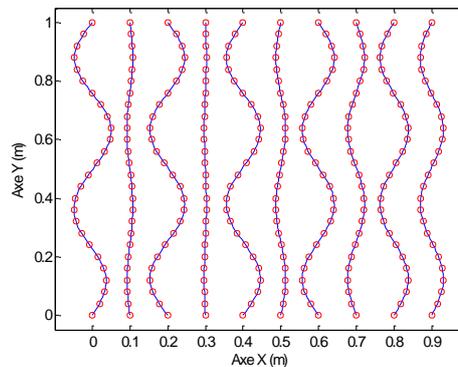


Figure 2.11. Déformée totale de l'assemblage de poutres à 200 Hz ; comparaison des résultats obtenus avec l'approche périodique (○) au calcul éléments finis de la structure complète (—).

La comparaison des déplacements obtenus avec l'approche périodique et ceux issus du calcul de la structure complète par éléments finis montre des résultats identiques. L'approche ondulatoire utilisée pour périodiser les déplacements de l'élément unitaire permet donc de connaître le déplacement en tout point de la structure complète avec une très bonne précision. De plus, cette approche permet d'identifier les ondes les plus contributives à une fréquence donnée, et donc apporter des informations supplémentaires si l'on souhaite réduire les vibrations de la structure complète.

2.1.7. Étude paramétrique des couplages

Jusqu'à présent, les poutres étaient reliées par des ressorts relativement souples. Or ces ressorts représentent les tubes métalliques d'une batterie à ailettes, la plupart du temps en cuivre et parfois en aluminium. Les couplages entre les ailettes sont donc très raides et possèdent une part d'amortissement. Afin d'analyser le comportement de la structure dans une telle configuration, la raideur des ressorts a été modifiée et de l'amortissement a été introduit dans le modèle.

2.1.7.1. Influence de la raideur des ressorts

Les valeurs de raideur imposées sont les suivantes : 0,1, 0,8, 5 et 100 kN.m⁻¹. Ces valeurs ont conduit aux constantes de propagation représentées sur la Figure 2.12. Toutes les zones de propagation étant modifiées de manière identique, seule la première zone de propagation est représentée.

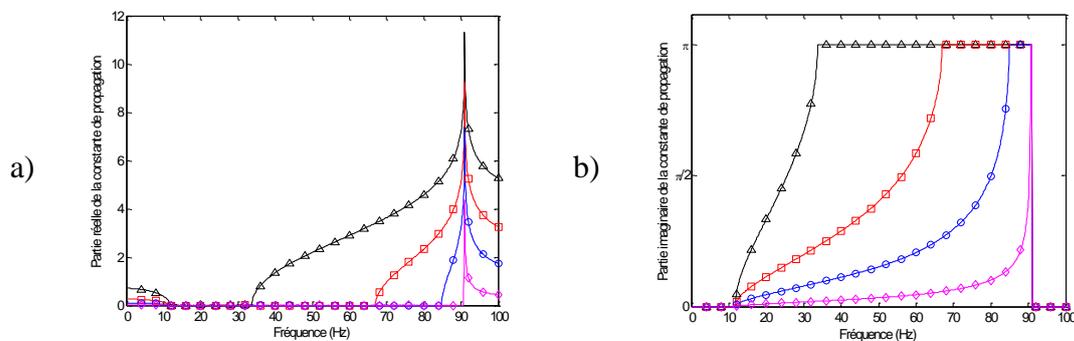


Figure 2.12. Influence de la raideur des ressorts sur une zone de propagation ;
(a) partie réelle et (b) imaginaire de la constante de propagation ;
raideur : -△-, 0,1 kN.m ; -□-, 0,8 kN.m ; -○-, 5 kN.m ; -◇-, 100 kN.m.

La Figure 2.12 montre clairement que la modification de la raideur des ressorts a des effets différents au début et à la fin de la zone de propagation. Le début de la zone de propagation, située à 12 Hz, reste inchangé lorsque la raideur des ressorts est modifiée. Cela s'explique par le fait que le début de la zone de propagation correspond aux modes de l'élément unitaire avec les points de couplage libres (Figure 2.7a). Dans cette configuration, les ressorts ne jouent aucun rôle. A l'inverse, la fin de la zone de propagation est fortement modifiée lorsque la raideur des ressorts est modifiée. Plus cette raideur est importante et plus la fin de la zone de propagation se décale vers les hautes fréquences ; en effet la fin de la zone de propagation correspond aux modes de l'élément unitaire avec les points de couplage bloqués (Figure 2.7b), la fréquence de ces modes dépendant fortement de la raideur des ressorts. Ce décalage n'est cependant pas infini mais tend vers une limite, ici située à 91 Hz. Elle correspond aux modes de l'élément unitaire avec la poutre bloquée au niveau des ressorts (Figure 2.7c). Lorsque cette limite est atteinte, la fin de la zone de propagation reste inchangée, seule l'allure de la zone de propagation est modifiée.

2.1.7.2. Influence de l'amortissement des ressorts

L'amortissement des ressorts est pris en compte sous la forme d'une raideur complexe $\tilde{K} = (1 + j\eta)K$, où le facteur de perte η prend différentes valeurs (pas nécessairement réalistes) de 0, 1%, 10% et 40%. L'effet de ces différentes valeurs sur les constantes de propagation est présenté sur la Figure 2.13.

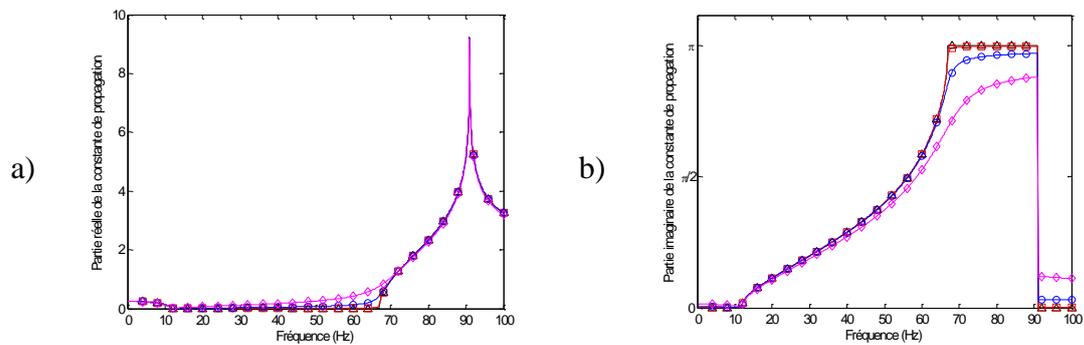


Figure 2.13. Influence de l'amortissement des couplages sur une zone de propagation ; (a) partie réelle et (b) partie imaginaire de la constante de propagation ; η : $-\Delta-$, 0 % ; $-\square-$, 1 % ; $-\circ-$, 10 % ; $-\diamond-$, 40 %.

Dans le cas de couplages purement élastiques ($\eta = 0$), le passage d'une zone de propagation à une zone d'atténuation s'effectue de façon brusque. La présence d'amortissement dans les couplages tend à adoucir cette transition en créant une zone mixte où la partie réelle est non-nulle et la partie imaginaire est différente de zéro et de π . Ici encore, la fin des zones de propagation est la plus affectée par la modification de l'amortissement. L'explication est similaire à celle apportée pour la raideur des ressorts car les couplages jouent un rôle plus important dans le cas des modes avec les ressorts bloqués que dans le cas des modes où les ressorts sont libres. On peut également remarquer que la présence d'amortissement dans les couplages ne modifie pas l'atténuation dans les zones de coupe.

Remarque : ces observations peuvent conduire à nuancer la notion de zone de propagation dans la mesure où de l'atténuation est présente à toutes les fréquences.

2.2. Étude d'une succession de plaques reliées par des ressorts

2.2.1. Description de la structure et choix de l'élément unitaire

L'assemblage de poutres reliées par des ressorts a permis une meilleure compréhension du comportement vibratoire des structures périodiques multi-couplées de façon discrète. Dans l'optique de se rapprocher de la géométrie d'une batterie à ailettes et afin de disposer d'une structure ayant un plus fort potentiel de rayonnement acoustique, les poutres sont remplacées par des plaques planes. La structure considérée est ainsi constituée d'une succession de plaques parallèles reliées entre elles par plusieurs ressorts, telle que schématisée sur la Figure 2.14.

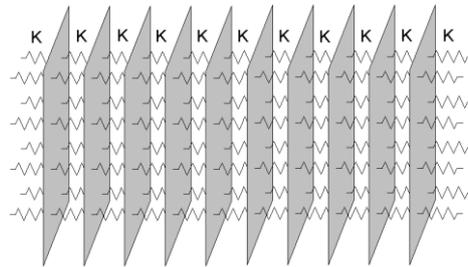


Figure 2.14. Schéma de l'assemblage de plaques multi-couplées par des ressorts.

Les raisons invoquées lors du choix de l'élément unitaire dans le cas de l'assemblage de poutres conduisent à nouveau à choisir un élément unitaire symétrique pour décrire l'assemblage de plaques. Il est ainsi constitué d'une plaque avec des ressorts de raideur $2K$ de chaque côté comme représenté sur la Figure 2.15a.

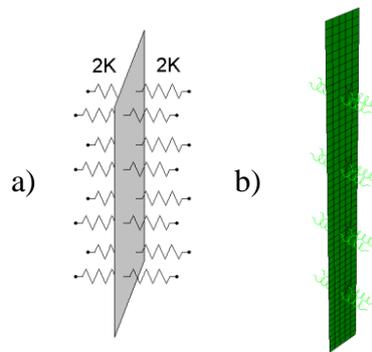


Figure 2.15. Élément unitaire choisi pour décrire l'assemblage périodique de plaques ; (a) schéma et (b) modèle éléments finis correspondant.

La modélisation numérique mise en place précédemment a démontré sa pertinence et sa validité pour décrire le comportement dynamique de l'élément unitaire. Dans cette partie, l'élément unitaire est donc directement décrit de façon numérique. Le modèle éléments finis utilisé est représenté sur la Figure 2.15b. Il comporte 310 nœuds et 266 éléments, dont la taille maximale est de 10 mm. En disposant 6 éléments par longueur d'onde, la fréquence maximale d'étude est de 526 Hz, ce qui est suffisant puisque la plage de fréquence choisie pour réaliser les calculs est [0 – 400 Hz].

2.2.2. Constantes de propagation

Le calcul des valeurs propres de la matrice de transfert de l'élément unitaire conduit aux constantes de propagation présentées en Figure 2.16. Puisque les éléments unitaires sont reliés par 8 ressorts avec un seul degré de liberté (translation), il existe 8 paires de constantes de propagation.

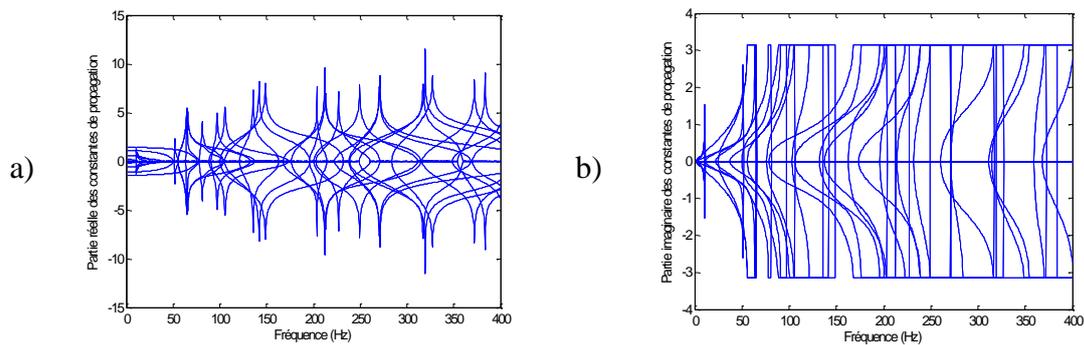


Figure 2.16. Constantes de propagation d’une plaque avec huit ressorts de chaque côté ; (a) partie réelle et (b) partie imaginaire.

Ici encore, le choix d’une valeur artificiellement basse pour la raideur des ressorts permet d’obtenir des zones de propagation relativement étendues et donc facilement identifiables. En revanche, par rapport au cas de la poutre sur appuis, le nombre de zones de propagation dans la plage de fréquence considérée est plus important. L’analyse et l’interprétation physique de chaque onde est donc plus fastidieuse à mener.

2.2.3. Calcul du déplacement de toutes les jonctions de la structure complète

Le calcul des jonctions de la structure complète nécessite de prendre en compte les conditions aux limites. Dans le cas considéré, présenté schématiquement sur la Figure 2.17, un effort est imposé sur le ressort situé en bas à gauche de la structure tandis que les extrémités des autres ressorts situés aux limites sont bloquées.

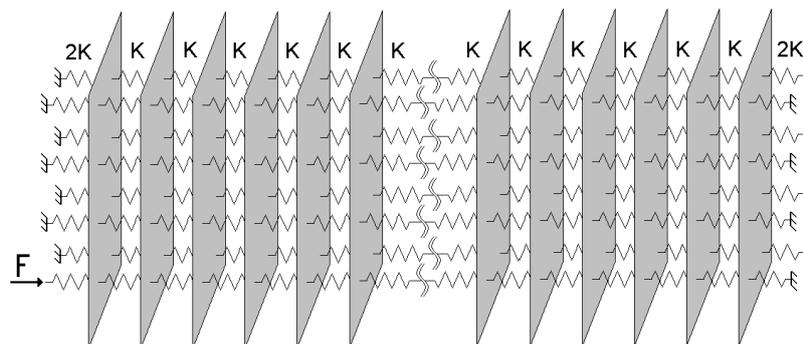


Figure 2.17. Schéma de l’assemblage de plaques avec les conditions aux limites.

La procédure de calcul des jonctions reste inchangée par rapport à l’assemblage de poutres. Les résultats obtenus pour une structure composée de 50 plaques sont alors comparés aux résultats issus du calcul de la structure complète en utilisant les éléments finis. La Figure 2.18 représente le déplacement du point de couplage soumis à l’excitation, obtenu par les deux approches.

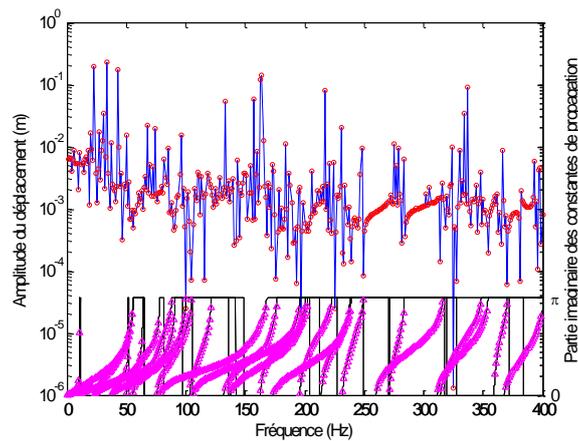


Figure 2.18. Déplacement du point de couplage excité pour une structure composée de 50 plaques ; Comparaison entre l’approche périodique (○) et le calcul FEM de la structure complète (—) ; —△— position des zones de propagation.

Les résultats obtenus en utilisant l’approche périodique sont identiques aux résultats issus du calcul direct de la structure complète, ce qui démontre ici encore la pertinence de l’approche présentée. Par rapport à l’assemblage de poutres (Figure 2.9), l’observation de la réponse de la structure ne permet pas de distinguer les zones de propagation des zones d’atténuation. Cela s’explique par le fait que les zones de propagation des constantes représentées sur la Figure 2.16 se recoupent très souvent et ne font pas ressortir des zones particulières d’atténuation.

2.2.4. Calcul du déplacement en tout point de la structure complète

Le processus de calcul pour obtenir la déformée de la structure complète reste le même que celui utilisé lors de l’étude de l’assemblage de poutres. Les déplacements de l’élément unitaire sont calculés par éléments finis pour chacune des ondes existantes dans la structure, puis la périodisation de ces déplacements permet d’obtenir le déplacement en tout point de la structure complète. La Figure 2.19b représente la déformée d’une structure constituée de 50 plaques à 200 Hz obtenues en utilisant l’approche périodique. La Figure 2.19a représente la déformée de cette même structure calculée entièrement par éléments finis.

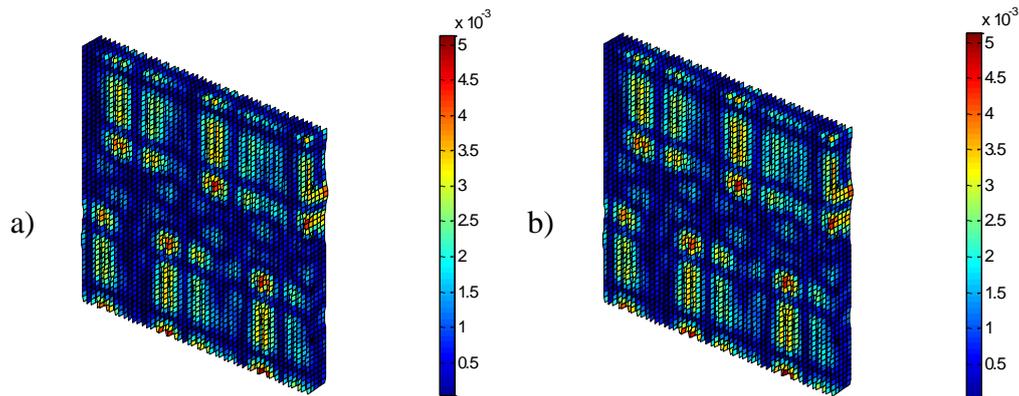


Figure 2.19. Déformée d'un assemblage de 50 plaques couplées par des ressorts à 200 Hz ; (a) calcul complet par éléments finis, (b) utilisation de l'approche périodique.

A la fréquence considérée, les résultats issus du calcul basé sur la périodicité sont identiques aux résultats provenant du calcul de la structure complète par éléments finis. Pour comparer les résultats sur l'ensemble de la plage de fréquence, les Figure 2.20a et b présentent respectivement le déplacement du coin de la 10^e et de la 41^e plaque obtenus avec les deux approches.

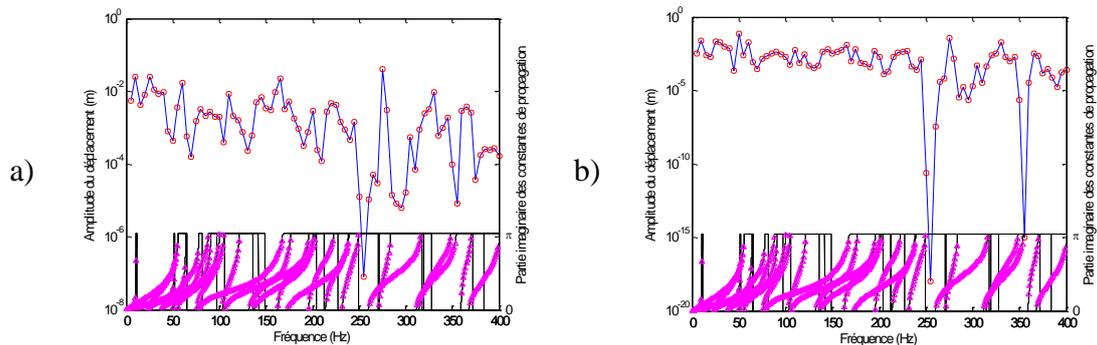


Figure 2.20. Déplacements du coin de la 10^e plaque (a) et de la 41^e plaque (b) obtenus avec le calcul éléments finis complet (—) et avec l'approche périodique (o) ; -△- position des zones de propagation.

Il faut noter que les courbes de la Figure 2.20 sont moins précises que les courbes de la Figure 2.18 car le pas fréquentiel utilisé est plus important : 5 Hz contre 0.5 Hz pour le calcul des jonctions aux extrémités de la structure. Ce choix est motivé par le fait que le calcul de la structure complète par éléments finis nécessite un temps de calcul important (environ 1 minute/fréquence, soit 1,3 heure pour le calcul des 80 fréquences). Les résultats obtenus sont identiques sur l'ensemble de la plage de fréquence, démontrant ainsi la pertinence de l'approche périodique mise en place pour calculer le déplacement d'une structure périodique complète à partir des déplacements d'un seul élément unitaire.

2.3. Étude d'une batterie à ailettes

2.3.1. Description de la structure et choix de l'élément unitaire

Après avoir validé l'approche périodique pour des structures relativement simples, cette partie est consacrée à la modélisation d'une structure plus représentative des batteries à ailettes. La structure considérée est constituée d'ailettes reliées par des tubes, comme représentée en Figure 2.21a. La géométrie des ailettes correspond à celle qui sera utilisée lors de la validation expérimentale. Le modèle numérique de l'élément unitaire est présenté en Figure 2.21b.

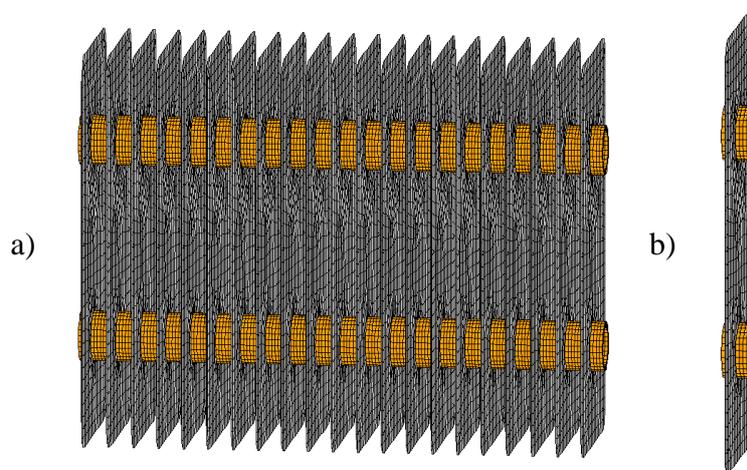


Figure 2.21. Modèles numériques d'une portion de la structure complète (a) et de l'élément unitaire (b).

Les principaux paramètres utilisés dans le modèle numérique sont détaillés dans le Tableau 2.2.

Désignation	Valeur	Unité
Largeur des ailettes	80	mm
Hauteur des ailettes	160	mm
Diamètre intérieur des tubes	16	mm
Épaisseur des tubes	2	mm
Module de Young des ailettes	70	GPa
Masse volumique des ailettes	2700	kg/m ³
Module de Young des tubes	80	GPa
Masse volumique des tubes	8900	kg/m ³

Tableau 2.2. Paramètres utilisés dans le modèle.

À la différence des précédentes structures, tous les paramètres du modèle possèdent des valeurs réalistes. Il faut noter que les tubes sont modélisés par des éléments volumiques et non pas par des éléments coques. En effet, leur épaisseur étant relativement importante par rapport aux autres dimensions (2 mm d'épaisseur pour des éléments de longueur 5 mm), l'hypothèse de plaque plane nécessaire à l'utilisation d'éléments coques n'est plus vérifiée.

La principale évolution par rapport aux précédents modèles (poutres et plaques reliées par des ressorts) réside dans le fait que la liaison entre deux éléments unitaires ne s'effectue plus sur un seul degré de liberté. En effet, cette liaison est réalisée par des tubes dont la section comporte plusieurs nœuds dans le modèle numérique. De plus, chaque nœud de cette section possède 6 degrés de liberté (translations et rotations dans l'espace tridimensionnel). L'augmentation du nombre de points de couplage couplée à l'augmentation du nombre de degrés de liberté à chacun de ces points se traduit par une augmentation du nombre d'ondes se propageant dans la structure. Pour une section composée de 78 nœuds avec 6 degrés de liberté à chaque nœud, il existe 936 paires d'ondes. Pour une interprétation des résultats ainsi qu'une identification des phénomènes plus aisées, il semble judicieux de réduire ce nombre. De plus, cette réduction conduit à un nombre de calculs à réaliser moins important, et donc un gain de temps non négligeable. La solution proposée consiste alors à condenser les nœuds des sections situées aux extrémités des tubes en un seul nœud central en utilisant des éléments rigides tels que schématisés sur la Figure 2.22.

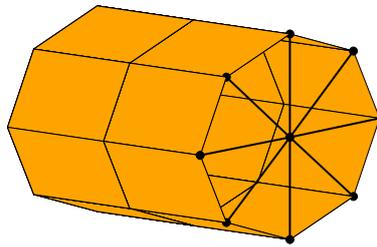


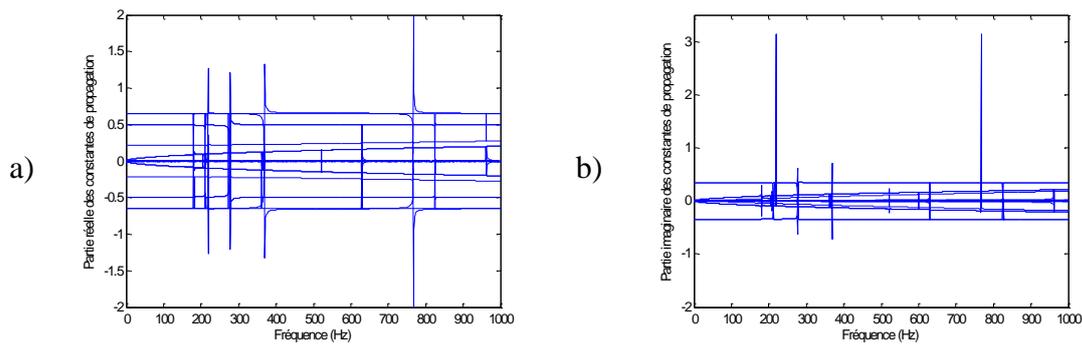
Figure 2.22. Modèle numérique des tubes incluant les éléments rigides.

Le principal inconvénient de la modélisation à l'aide d'éléments rigides est de rendre la section des tubes indéformable, ce qui n'est pas le cas en réalité. Il a cependant été vérifié que les modes de vibration de la section des tubes apparaissent à des fréquences suffisamment élevées (le premier mode d'ovalisation à une fréquence propre d'environ 4800 Hz) pour pouvoir négliger leur influence dans la plage de fréquence étudiée.

2.3.2. Analyse des constantes de propagation

2.3.2.1. Allures générales des constantes de propagation

Le calcul des valeurs propres de la matrice de transfert de l'élément unitaire représenté sur la Figure 2.21b conduit aux constantes de propagation de la Figure 2.23.



**Figure 2.23. Constantes de propagation d'une ailette avec deux tubes ;
(a) partie réelle et (b) partie imaginaire.**

Le nombre de constantes est plus important que pour les plaques ou les poutres, ce qui rend leur analyse difficile. Cependant, il est possible de distinguer deux types de zones de propagation qui se différencient par leur largeur fréquentielle. Certaines zones sont très larges, elles commencent dès 0 Hz et la plage de fréquence considérée (0 – 1000 Hz) n'est pas assez grande pour contenir la zone complète. A l'inverse, d'autres zones sont très étroites en fréquence, elles s'étalent sur quelques hertz seulement. La signification physique de ces deux types de zones a pu être mise en évidence en modifiant les propriétés des matériaux constituant les tubes et les ailettes.

2.3.2.2. Modification du matériau constituant les tubes

La modification du matériau constituant les tubes (cuivre) est réalisée par l'intermédiaire de son module de Young. La valeur de départ de 120 GPa est successivement diminuée en imposant des valeurs de 110, 100 et 90 GPa, le module de Young du matériau constituant les ailettes restant fixé à 70 GPa. L'observation des seules constantes de propagation (Figure 2.24a et b) ne permettant pas d'identifier clairement les phénomènes, la réponse transversale de la structure complète à une excitation transversale (Figure 2.24c) ainsi que la réponse longitudinale à une excitation longitudinale (Figure 2.24d) ont été rajoutées.

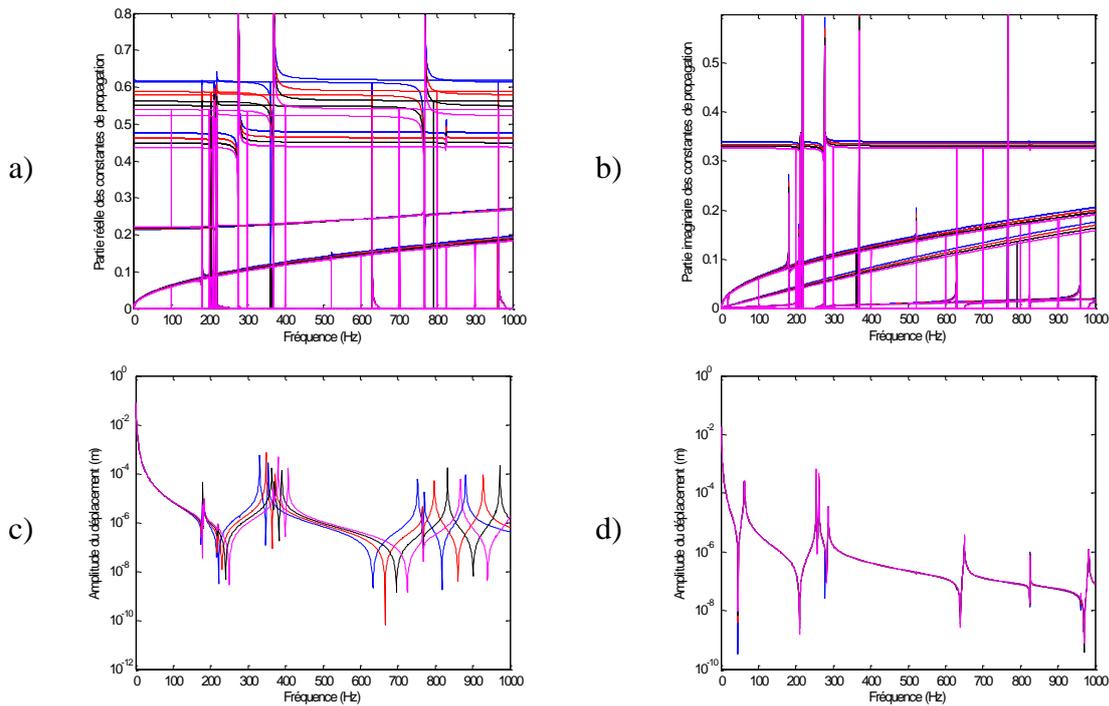


Figure 2.24. Influence des propriétés du matériau constituant les tubes sur le comportement de la structure périodique ; – 90 GPa, – 100 GPa, – 110 GPa, – 120 GPa ; (a) partie réelle et (b) imaginaire des constantes de propagation ; réponse de la structure complète soumise à une excitation transversale (c) et longitudinale (d).

La Figure 2.24 (a et b) montre que la modification du matériau constituant les tubes affecte seulement les zones de propagation larges en fréquence. Les zones de propagation étroites restent inchangées. En ce qui concerne les réponses de la structure complète, seule la réponse transversale (Figure 2.24c) est modifiée, la réponse longitudinale n'étant pas impactée. Sur la réponse transversale, la fréquence des pics situés à 315 et 715 Hz pour le module de Young initial varie fortement avec le module de Young des tubes. Les déformées de la structure complète correspondant à ces fréquences sont représentées sur la Figure 2.25.

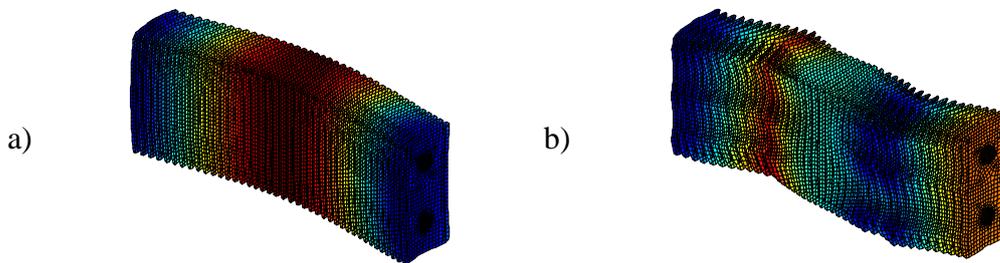


Figure 2.25. Déformées de la batterie à ailettes soumise à une excitation transversale aux fréquences de 315 Hz (a) et 715 Hz (b).

Les déformées de la structure complète à 315 et 715 Hz présentent une déformation importante des tubes tandis que les ailettes sont peu affectées. Ce type de déformée est

caractéristique des modes dits de tubes. La modification du matériau constituant les tubes permet ainsi de montrer que les zones de propagation de grande largeur fréquentielle sont celles qui contiennent les modes de tubes. Puisque les modes propres de la structure complète apparaissent dans les zones de propagation, les modes de tubes sont répartis sur une large plage de fréquence.

2.3.2.3. Modification du matériau constituant les ailettes

De manière analogue aux tubes, le matériau constituant les ailettes (aluminium) est modifié en imposant les valeurs de 50, 60, 70, 80 et 90 GPa pour le module de Young. Le module de Young du matériau constituant les tubes reste fixé à 120 GPa. La Figure 2.26 montre l'impact sur les constantes de propagation (Figure 2.26a et b) ainsi que sur les réponses transversale (Figure 2.26c) et longitudinale (Figure 2.26d) de la structure complète.

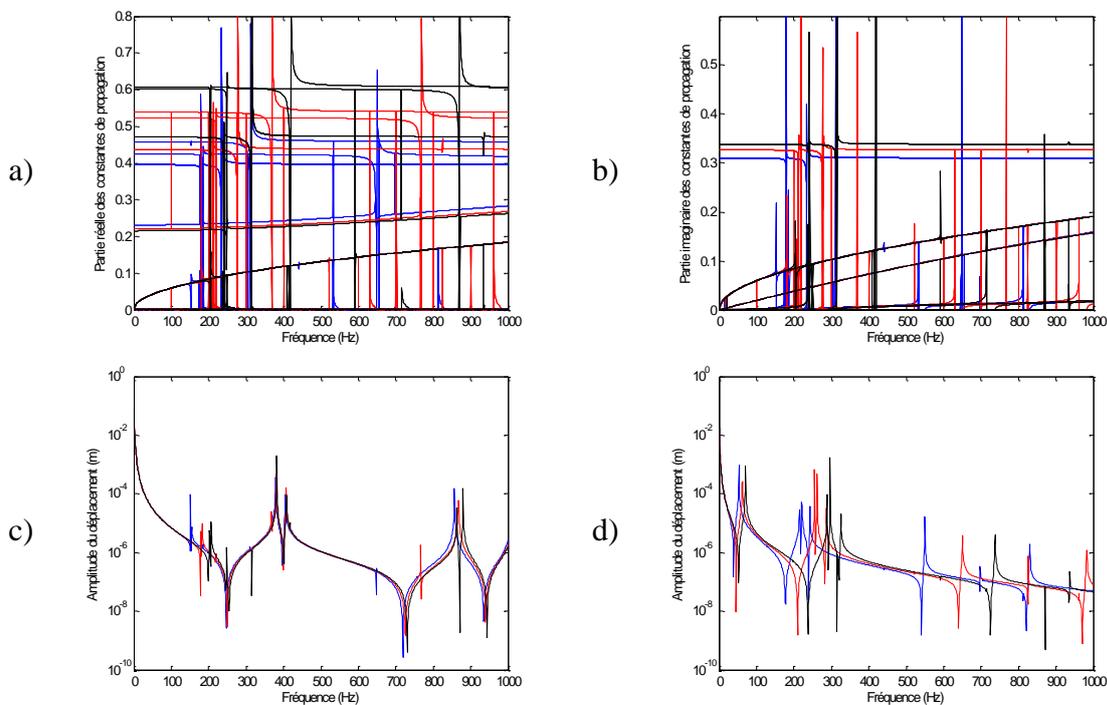


Figure 2.26. Influence des propriétés du matériau constituant les ailettes sur le comportement de la structure périodique ; – 50 GPa, – 70 GPa, – 90 GPa ;
(a) partie réelle et (b) imaginaire des constantes de propagation ;
réponse de la structure complète soumise à une excitation transversale (c) et longitudinale (d).

Les résultats de la Figure 2.26 mènent à un constat opposé à celui établi en observant les résultats de la Figure 2.24. La modification du matériau constituant les ailettes affecte seulement les zones de propagation étroites en fréquence. Les larges zones qui s'étalent sur toute la plage de fréquence restent inchangées. Pour la réponse de la structure complète, la réponse transversale varie très peu alors que la réponse longitudinale est très différente selon la valeur du module de Young du matériau. Les pics dont la fréquence varie sont ceux qui restaient constants lors de la modification des tubes. Le

comportement de la structure complète pour un de ces pics est illustré sur la Figure 2.27, présentant la déformée à 210 Hz.

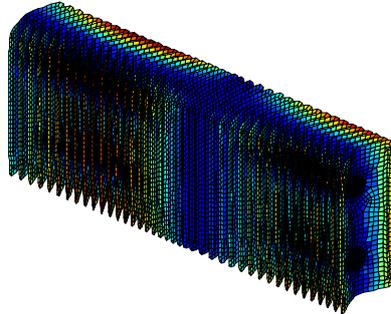


Figure 2.27. Déformée de la batterie à ailettes soumise à une excitation longitudinale à 210 Hz.

La déformée à 210 Hz montre un mouvement important des ailettes et une quasi-immobilité des tubes, ce qui est caractéristique des modes dits d'ailettes. La modification du matériau constituant les ailettes met donc en avant le fait que les zones de propagation étroites en fréquence sont celles qui contiennent les modes d'ailettes. Les modes d'ailettes de la structure complète sont donc des modes très proches en fréquence.

Les différentes observations réalisées dans cette section ont finalement permis une meilleure compréhension du comportement vibratoire des batteries à ailettes, en particulier concernant la répartition des modes propres sur la plage de fréquence.

2.3.3. Calcul du déplacement en tout point de la structure complète

De manière identique aux structures précédentes, cette section se termine par le calcul du déplacement en tout point de la batterie à ailettes complète. La méthode de calcul utilisée reste inchangée à celle utilisée pour les poutres et les plaques hormis le fait que le déplacement des tubes doit également être calculé. Deux excitations sont désormais considérées : l'excitation transversale ainsi que l'excitation longitudinale au niveau de l'extrémité d'un tube. La structure est composée de 10 ailettes, ce qui est volontairement peu élevé car l'effort de calcul nécessaire au calcul de référence de la structure complète est important. Les résultats obtenus avec l'approche périodique sont comparés aux résultats issus du calcul éléments finis direct de la structure complète.

2.3.3.1. Excitation transversale

Les premiers résultats présentés correspondent à l'excitation transversale de la batterie à ailettes. La Figure 2.28 compare le déplacement du coin de la 6^e ailette obtenu avec les deux méthodes de calcul.

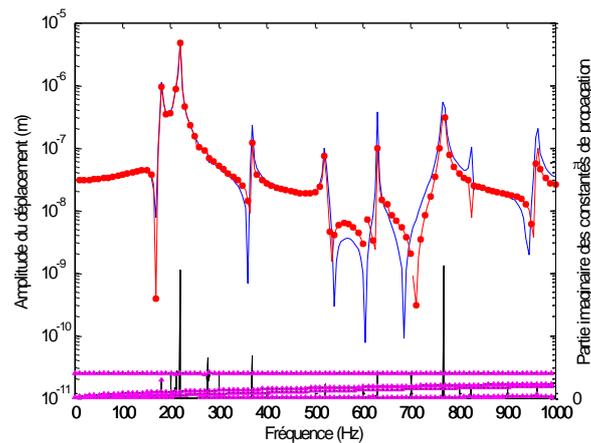


Figure 2.28. Comparaison du déplacement du coin de la 6^e ailette obtenu avec le calcul éléments finis complet (—) et avec l’approche périodique (—●—) pour l’excitation transversale ; —△— position des zones de propagation.

Le déplacement obtenu avec l’approche périodique montre une concordance satisfaisante avec le calcul direct de la structure complète. Les résultats sont identiques pour les basses fréquences mais présentent un écart non négligeable lorsque la fréquence augmente. Cet écart provient d’une difficulté de l’approche périodique à reconstruire les déplacements transversaux. À la différence de l’assemblage de plaques couplées par des ressorts, la batterie à ailettes peut se déplacer transversalement par l’intermédiaire des modes de tubes (identifiés précédemment). Le déplacement d’un élément unitaire dépend donc de sa position dans la structure mais également du déplacement de l’élément unitaire précédent. L’approche périodique utilisée ne prend pas en compte la continuité entre les éléments unitaires et le cumul des déplacements transversaux, d’où les écarts relevés sur la Figure 2.28.

La plupart des maxima observables sur la courbe de déplacement correspondent à des zones de propagation très étroites (repérables par les pics sur la partie imaginaire des constantes de propagation), montrant de nouveau que les modes d’ailettes sont localisés dans ce type de zones.

Un exemple de déformée de la structure complète est présenté en Figure 2.29. La déformée obtenue avec le calcul direct de la structure complète (Figure 2.29a) est comparée à la déformée obtenue en utilisant l’approche périodique (Figure 2.29b). La fréquence considérée (520 Hz) correspond à un pic de la réponse vibratoire possédant un écart visible avec le résultat de référence.

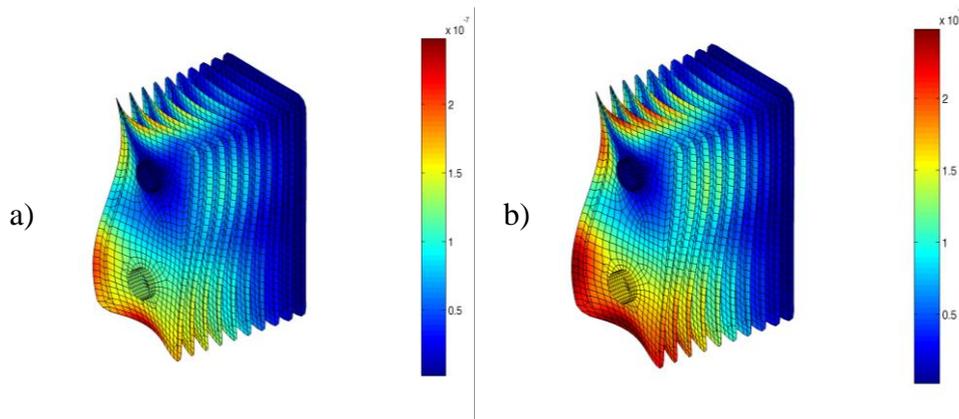


Figure 2.29. Déformée de la batterie à ailettes soumise à une excitation transversale à 520 Hz ; (a) calcul complet par éléments finis, (b) utilisation de l'approche périodique.

Les déformées présentées montrent une allure similaire mais une différence d'amplitude est clairement observable. Cet écart provient, comme précisé précédemment, du non-cumul des déplacements transversaux par l'approche périodique. Il s'agit d'une source d'erreur potentielle pour le calcul de la réponse acoustique de la batterie à ailettes soumise à une excitation transversale.

2.3.3.2. Excitation longitudinale

Les résultats sont maintenant présentés pour une excitation longitudinale de la batterie à ailettes. La Figure 2.30 compare le déplacement du coin de la 6^e ailette obtenu à la fois avec l'approche périodique et par le calcul direct de la structure complète.

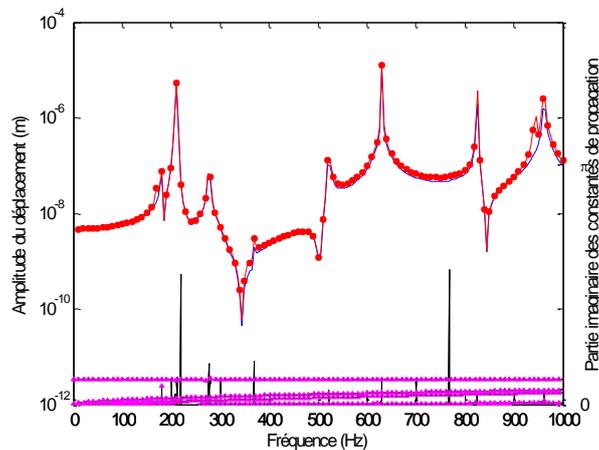


Figure 2.30. Comparaison des déplacements du coin de la 6^e ailette obtenus avec le calcul éléments finis complet (—) et avec l'approche périodique (—●—) pour l'excitation longitudinale ; —△— position des zones de propagation.

Le déplacement calculé en utilisant l'approche périodique est identique au résultat issu du calcul de la structure complète. Contrairement à l'excitation transversale, les déplacements transversaux générés par l'excitation longitudinale sont négligeables, ce qui explique la conformité des résultats obtenus.

Cette conformité est également visible sur les déformées de la structure complète. La Figure 2.31 présente les déformées à la fréquence de 630 Hz, où apparaît l'un des principaux pics de la réponse de la structure.

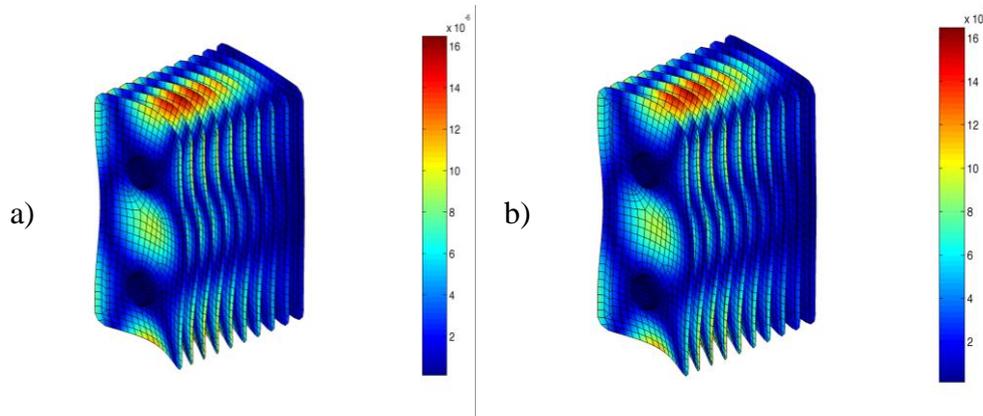


Figure 2.31. Déformée de la batterie à ailettes soumise à une excitation longitudinale à 630 Hz ; (a) calcul complet par éléments finis, (b) utilisation de l'approche périodique.

La déformée obtenue avec l'approche périodique est identique à la déformée de référence issue du calcul direct de la batterie à ailettes complète. Dans le cas de l'excitation longitudinale, l'approche périodique permet donc de retrouver exactement les résultats du calcul de la structure complète avec un effort de calcul moindre puisqu'indépendant du nombre d'ailettes constituant la batterie.

2.4. Conclusions

Ce chapitre a présenté une approche permettant de calculer les vibrations de structures périodiques multi-couplées de type batteries à ailettes à partir des vibrations d'un élément unitaire. Des structures présentant des géométries de plus en plus complexes ont été considérées. La première structure, composée de poutres et de ressorts, était suffisamment simple pour permettre une description analytique. Les structures suivantes ont nécessité le recours à des méthodes numériques telles que la méthode des éléments finis (FEM) pour pouvoir être décrites. Pour chaque structure, un élément unitaire a été défini puis modélisé par l'intermédiaire de sa matrice de transfert. L'extraction des valeurs et vecteurs propres de cette matrice a permis d'identifier les ondes se propageant dans la structure. L'approche présentée tire partie de cette décomposition pour calculer le déplacement de la structure pour chaque onde séparément. Le déplacement de la structure complète pour une onde est obtenu en périodisant le déplacement de l'élément unitaire et en le pondérant par la valeur propre associée afin de représenter la propagation de l'onde (théorème de Floquet-Bloch). Le caractère fini des structures étudiées a nécessité de prendre en compte les conditions aux limites dans les calculs des points de couplages. La déformée totale de la structure complète est finalement calculée en sommant les contributions de toutes les ondes.

Pour chaque structure étudiée, les résultats obtenus avec l'approche périodique ont été comparés aux résultats issus du calcul direct FEM de la structure complète. Une très forte similarité entre les résultats a été observée, démontrant ainsi la pertinence de l'approche périodique. Il faut noter que les calculs FEM ont été réalisés à l'aide d'un

logiciel disponible dans le commerce. Une partie importante du travail a donc consisté à créer les scripts permettant d'interagir avec ce logiciel (fichiers d'entrée et de sortie) afin d'exploiter sa puissance.

L'analyse des différentes ondes se propageant dans les structures considérées a permis de mieux appréhender le comportement vibratoire des batteries à ailettes. Plus particulièrement, l'étude paramétrique des couplages pour l'assemblage de poutres ainsi que la modification des matériaux constituant les tubes et les ailettes pour la batterie à ailettes ont fourni des informations sur le rôle joué par les différents éléments (poutres, ailettes, ressorts, tubes) vis-à-vis des modes propres de la structure.

Chapitre 3

Modélisation acoustique

L'objectif principal de cette thèse est de calculer le bruit rayonné par les batteries à ailettes. La structure complète n'étant pas modélisable dans sa globalité avec les outils numériques tels que la méthode BEM, il a été décidé d'exploiter la périodicité de la structure afin de réduire l'effort de calcul. Le but de la modélisation acoustique est donc de mettre en place une méthode permettant de calculer la pression rayonnée par la structure complète en périodisant la pression rayonnée par l'élément unitaire. Il s'agit d'un aspect original du travail présenté dans la mesure où le nombre de travaux portant sur le rayonnement des structures périodiques est très restreint. L'approche ondulatoire utilisée lors de la modélisation vibratoire est transposée à la modélisation acoustique, ce qui permet d'effectuer les calculs séparément pour chacune des ondes se propageant dans la structure. Deux structures sont considérées : une succession de plaques parallèles reliées par des ressorts et des ailettes couplées par des tubes. Pour chaque structure, un élément unitaire spécifique au calcul acoustique doit être défini. Enfin, l'approche périodique est validée en comparant les résultats obtenus à un calcul direct de la structure complète.

3.1. Définition de l'élément unitaire acoustique

3.1.1. Cas des plaques couplées par des ressorts

L'élément unitaire acoustique diffère de l'élément unitaire vibratoire dans la mesure où il doit prendre en compte l'influence du voisinage de l'ailette. Dans le cas d'une batterie à ailettes, chaque ailette est encadrée par une ou plusieurs autres ailettes. Les ailettes voisines ont a priori un effet sur le rayonnement acoustique de l'ailette qu'elles encadrent et doivent donc apparaître dans le modèle acoustique. Il est alors proposé de remplacer les ailettes adjacentes par des ailettes rigides que l'on nommera baffles dans la suite de ce document. Les ressorts qui relient les plaques ne figurent pas dans le modèle acoustique car ils n'ont pas de pouvoir rayonnant. L'élément unitaire acoustique est donc constitué d'une plaque déformable placée entre deux plaques rigides comme schématisé sur la Figure 3.1a. Le modèle numérique utilisé pour les calculs par éléments finis de frontière (BEM) est présenté en Figure 3.1b.

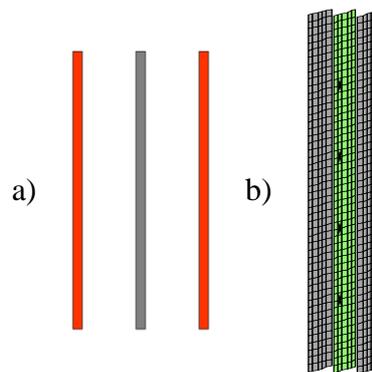


Figure 3.1. Élément unitaire acoustique utilisé dans le cas des plaques couplées par des ressorts
(a) représentation schématique, (b) modèle numérique associé.

Le choix de cet élément unitaire implique deux approximations :

- les vibrations des ailettes adjacentes sont négligées dans le calcul acoustique de l'élément unitaire,
- l'influence de toutes les ailettes de la structure complète n'est pas prise en compte dans le calcul acoustique de l'élément unitaire.

L'impact de ces approximations sur le résultat final sera étudié dans le paragraphe 3.5 en considérant des éléments unitaires plus complexes.

3.1.2. Influence des baffles sur le rayonnement d'une plaque

Pour mettre en évidence l'effet du voisinage immédiat d'une plaque sur son rayonnement, les résultats de rayonnement acoustique, obtenus par la méthode d'Éléments de frontières, pour la configuration comportant des baffles parallèles de chaque côté de l'ailette sont comparés aux résultats de la configuration sans baffles. Les résultats présentés sont les champs de pression acoustique calculés au niveau d'un plan d'observation placé à 20 cm de la structure, tel qu'indiqué sur la Figure 3.2.

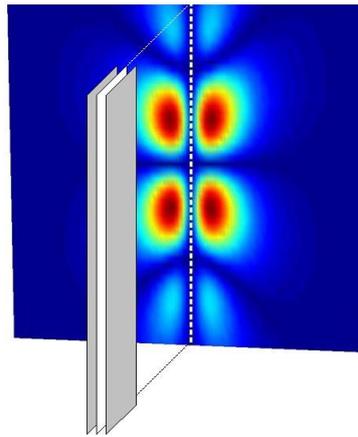


Figure 3.2. Position du plan d'observation par rapport à l'élément unitaire.

Les Figure 3.3 et Figure 3.4 présentent ces champs de pression aux fréquences de 225 Hz et 375 Hz respectivement, pour la configuration avec les baffles (a) ainsi que dans le cas de l'élément unitaire sans les baffles (b). Ces champs de pression correspondent au passage d'une seule onde vibratoire traversant l'élément unitaire.

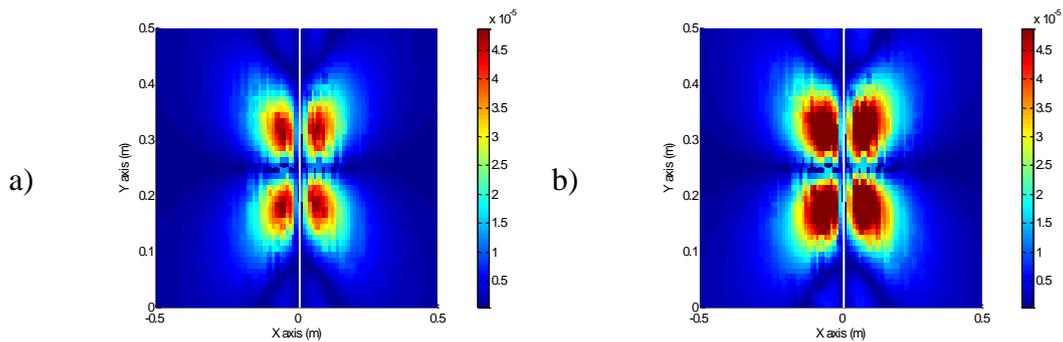


Figure 3.3. Effet des baffles sur la pression rayonnée par l'élément unitaire pour une onde à 225 Hz (a) avec les baffles, (b) sans les baffles.

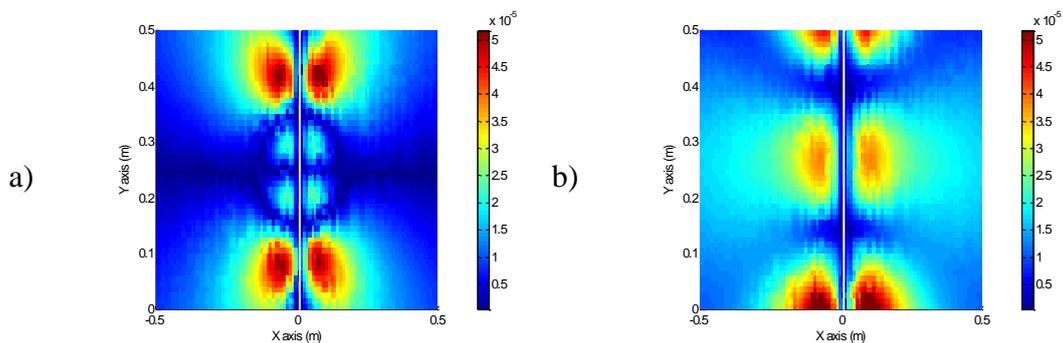


Figure 3.4. Effet des baffles sur la pression rayonnée par l'élément unitaire pour une onde à 375 Hz (a) avec les baffles, (b) sans les baffles.

La comparaison des Figure 3.3 et Figure 3.4 montre que la présence des baffles conduit à des effets différents selon la fréquence considérée. En effet, à 225 Hz (Figure 3.3), les champs de pression ont la même allure pour les deux configurations. Seule l'amplitude est modifiée par la présence des baffles. En revanche l'allure du champ de pression est

fortement modifiée à 375 Hz (Figure 3.4). Ces résultats démontrent donc que la présence des baffles a un impact significatif sur le rayonnement acoustique de l'élément unitaire et que leur présence est justifiée.

3.1.3. Cas des ailettes couplées par des tubes

Dans le cas de l'assemblage d'ailettes reliées par des tubes, les ailettes ainsi que les tubes sont sources de rayonnement. Ces deux types d'éléments doivent donc apparaître dans le modèle acoustique. Comme pour les plaques reliées par des ressorts, des ailettes rigides sont placées de chaque côté de l'ailette déformable afin de modéliser les ailettes adjacentes. Des portions de tubes rigides figurent également dans le modèle pour modéliser les tubes adjacents. Comme schématisé sur la Figure 3.5a, l'élément unitaire acoustique est donc constitué d'une ailette déformable reliée à deux ailettes rigides par des tubes déformables sur leurs demi-longueurs. Le modèle numérique correspondant qui sera utilisé lors des calculs BEM est présenté en Figure 3.5b.

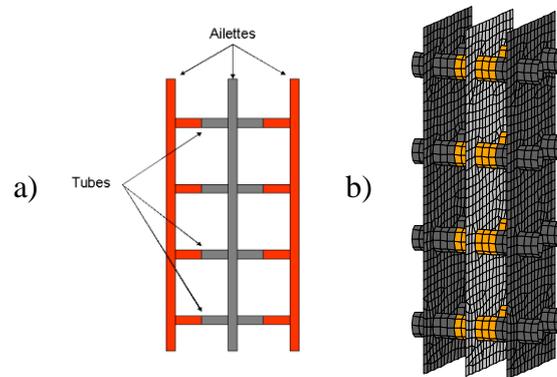


Figure 3.5. Élément unitaire acoustique utilisé dans le cas des ailettes couplées par des tubes ; (a) représentation schématique, (b) modèle numérique.

De nouveau, le fait de considérer les ailettes adjacentes ainsi que des portions de tubes rigides conduit à négliger leur déplacement lors du calcul acoustique de l'élément unitaire.

3.2. Procédure de calcul du rayonnement de l'élément unitaire

Le calcul de la réponse acoustique de la structure complète est basé sur la périodisation du champ de pression d'un seul élément unitaire. Cette partie détaille la manière dont le calcul acoustique de l'élément unitaire est réalisé. Au niveau pratique, les calculs sont réalisés à l'aide du logiciel Sysnoise de LMS. Le mode *indirect* est utilisé car il est le plus adapté pour traiter le problème de rayonnement extérieur qui est considéré dans cette thèse. Les conditions aux limites se composent des déplacements de la plaque ou de l'ailette calculés lors de la modélisation vibratoire ainsi que du déplacement nul des baffles. La procédure est identique quelle que soit la structure étudiée (plaques et ressorts ou ailettes et tubes).

Pour illustrer le passage de la vibration de la plaque à la pression rayonnée, la Figure 3.6a présente la déformée de la plaque pour une onde donnée à la fréquence de 200 Hz et la Figure 3.6b représente le champ de pression résultant de cette déformée.

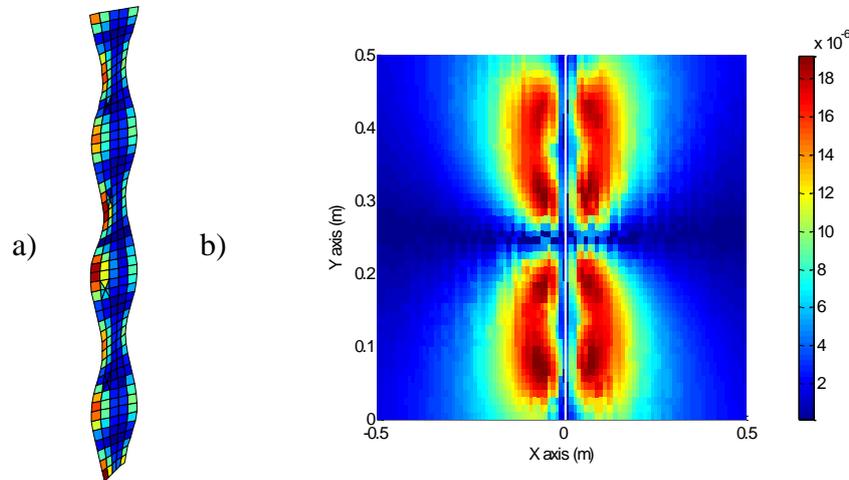


Figure 3.6. (a) Exemple de déformée de la plaque pour une onde à 200 Hz, (b) champs de pression résultant.

A la fréquence considérée, la plaque vibre selon un mouvement de rotation autour de l'axe vertical. Dans ce cas, les maxima de pression observables sur le champ de pression correspondent directement aux maxima de déplacement de la déformée.

De la même manière que pour l'élément unitaire vibratoire, le nombre de calculs acoustiques à réaliser est égal à deux fois le nombre de degrés de liberté entre les éléments unitaires. Pour rappel, cela conduit à 16 calculs dans le cas des plaques reliées par des ressorts et à 24 calculs dans le cas des ailettes couplées par des tubes. L'approche périodique nécessite donc de réaliser plusieurs calculs, ce qui peut sembler pénalisant par rapport au calcul direct de la structure complète où un seul calcul est nécessaire. Cependant, ces calculs sont très rapides car ils ne font intervenir qu'une seule plaque (ou ailette) ; ils peuvent également être menés parallèlement.

3.3. Procédure de périodisation acoustique

En appliquant la procédure présentée ci-dessus, la pression rayonnée par l'élément unitaire est calculée pour chaque onde se propageant dans la structure. Le but est maintenant de mettre en place un processus permettant de périodiser cette pression acoustique pour calculer la pression rayonnée par la structure périodique complète. Ce processus, principalement basé sur la décomposition en ondes déjà utilisée lors du calcul vibratoire, comporte deux étapes. La première consiste à périodiser le champ de pression de l'élément unitaire pour chaque onde afin de reconstruire la structure considérée. Puis, dans un second temps, les contributions de toutes les ondes sont assemblées en tenant compte de leur participation respective au bruit total.

3.3.1. Calcul de la pression rayonnée pour une onde

3.3.1.1. Formulation

La décomposition en ondes utilisée dans la modélisation utilisant la matrice de transfert permet de réaliser les calculs acoustiques de chaque onde séparément. Le processus de périodisation mis en œuvre consiste alors à imposer une translation selon l'axe de périodicité au champ de pression de l'élément unitaire pour une onde donnée. Pour simuler la propagation de l'onde, l'amplitude du champ de pression est multipliée par la valeur propre correspondante. Ce processus est décrit schématiquement sur la Figure 3.7 pour un assemblage périodique composé de N_{elem} ailettes avec des baffles acoustiques aux extrémités. La pression acoustique rayonnée en un point de l'espace par la structure complète est approximée par la somme de la pression rayonnée par l'élément unitaire acoustique en N_{elem} points de l'espace. Pour chaque point, l'amplitude de la pression est multipliée par $e^{n\mu}$ où n désigne le nombre d'éléments unitaires qui ont été traversés par l'onde ($n = 0$ pour l'ailette 1, $n = 1$ pour l'ailette 2, $n = 2$ pour l'ailette 3, etc.).

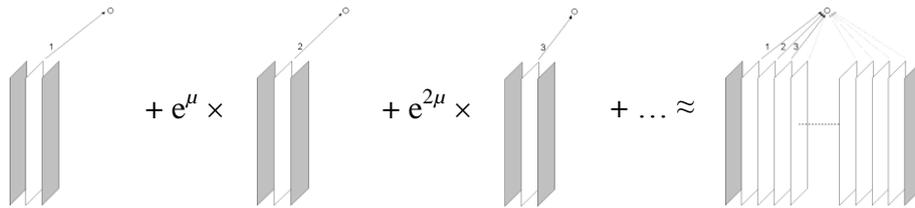


Figure 3.7. Schématisation de la périodisation acoustique pour une onde.

Ainsi, lorsque l'onde d'indice i se propage à travers la structure, la pression acoustique rayonnée par la structure complète, constituée de N_{elem} ailettes, en un point de l'espace s'écrit sous la forme :

$$p_{wave i}(x, y, z) = \sum_{n=1}^{N_{elem}} e^{n\mu} p_{unit/wave i}(x + (n-1)\Delta, y, z) \quad (3.1)$$

où Δ désigne l'écart entre deux ailettes selon l'axe x et $p_{unit/wave i}$ désigne la pression rayonnée par l'élément unitaire pour l'onde i .

Au final, ce processus permet de remplacer le calcul acoustique de N_{elem} ailettes en un point par le calcul de une ailette en N_{elem} points, ce qui est beaucoup moins coûteux en temps de calcul. La pression rayonnée par la structure complète est donc désormais connue pour chacune des ondes existant dans la structure.

3.3.1.2. Exemples de résultats obtenus par périodisation selon le type d'onde considérée

Avant de combiner les résultats acoustiques obtenus pour l'ensemble des ondes, il semble intéressant d'analyser l'effet de la périodisation sur le champ de pression selon le type d'onde considérée. La structure traitée comporte $N_{elem} = 20$ plaques et sa position est représentée par un rectangle blanc sur les figures suivantes.

3.3.1.2.1. Cas d'une onde évanescente

Pour rappel, une onde évanescente apparaît dans une zone d'atténuation caractérisée par une constante de propagation avec une partie réelle non-nulle. La Figure 3.8 présente les résultats acoustiques issus de la périodisation pour une onde de ce type. La constante de propagation est purement réelle $\mu = -2.4257$ à la fréquence considérée. Le champ de pression rayonné par l'élément unitaire (Figure 3.8a) et le champ de pression issu de la périodisation (Figure 3.8b) sont comparés directement.

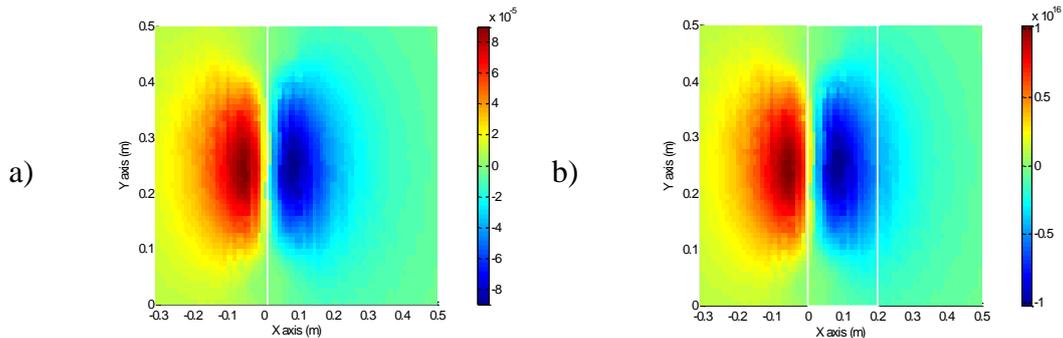


Figure 3.8. Périodisation du champ de pression dans le cas d'une onde évanescente (a) champ de pression rayonné par l'élément unitaire, (b) résultat de la périodisation.

Les allures des champs de pression sont identiques, seule l'amplitude est modifiée lors de la périodisation. La pression rayonnée par la structure complète semble donc résulter uniquement du rayonnement de la première plaque. Dans le cas d'une onde évanescente, la contribution des autres plaques est ainsi très faible.

3.3.1.2.2. Cas d'une onde propagative

L'onde propagative considérée possède une constante de propagation purement imaginaire à la fréquence choisie : $\mu = -2.53i$. Les champs de pression acoustique correspondant au rayonnement de l'élément unitaire ainsi qu'à sa périodisation sont respectivement représentés en Figure 3.9a et b.

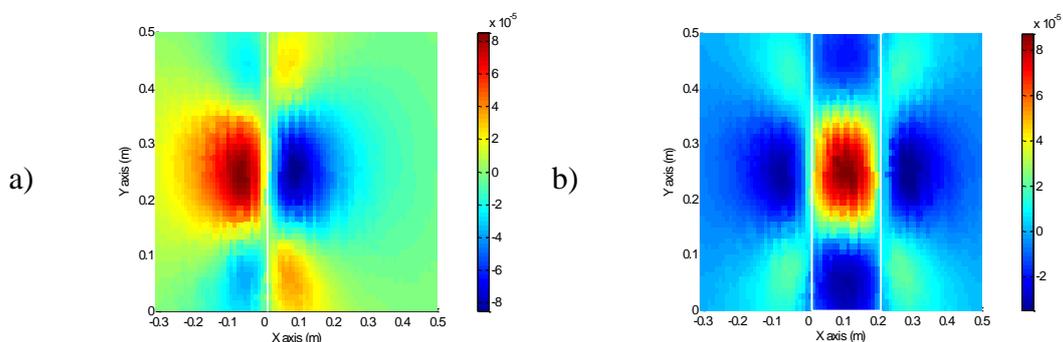


Figure 3.9. Périodisation du champ de pression dans le cas d'une onde propagative (a) champ de pression rayonné par l'élément unitaire, (b) résultat de la périodisation.

Pour la configuration choisie, les champs de pression ont des allures différentes bien que le champ de pression issu de la périodisation laisse logiquement apparaître certaines similitudes avec le champ de pression de l'élément unitaire. A la différence d'une onde

évanescence, le champ de pression résultant est centré sur l'ensemble de la structure, représentée par le rectangle blanc sur la Figure 3.9b. La pression rayonnée par la structure complète apparaît donc comme la contribution de toutes les ailettes. Ces résultats montrent donc que le processus de périodisation conduit à des effets très distincts selon le type d'onde considéré, propagative ou évanescence.

3.3.2. Combinaison de toutes les ondes

La seconde étape de la périodisation acoustique consiste à combiner les résultats obtenus pour chacune des ondes afin de calculer la pression acoustique totale rayonnée par la structure complète. La pression due à chaque onde $p_{wave\ i}$ est ainsi multipliée par l'amplitude correspondante α_i , calculée à partir de l'équation (2.30). La pression acoustique totale rayonnée par la structure complète en un point de l'espace s'écrit :

$$p_{tot}(x, y, z) = \sum_{i=1}^{N_{wave}} \alpha_i p_{wave\ i}(x, y, z) \quad (3.2)$$

En remplaçant $p_{wave\ i}$ par son expression de l'équation (3.1), l'équation (3.2) se met sous la forme :

$$p_{tot}(x, y, z) = \sum_{i=1}^{N_{wave}} \sum_{n=1}^{N_{elem}} \alpha_i e^{n\mu} p_{unit/wave\ i}(x + (n-1)\Delta, y, z) \quad (3.3)$$

L'écriture de l'équations (3.3) illustre parfaitement l'approche périodique qui a été développée. La structure est représentée comme la somme des N_{elem} ailettes qui la composent et son comportement est décomposé sur les N_{wave} ondes qui s'y propagent. Le calcul de la pression acoustique rayonnée par la structure complète nécessite de connaître uniquement la pression $p_{unit/wave\ i}$ rayonnée par l'élément unitaire pour chacune des ondes ainsi que l'amplitude α_i de chaque onde.

Dans l'optique de calculer la puissance acoustique rayonnée, il est nécessaire de connaître la vitesse acoustique particulière. En utilisant le même processus de périodisation que pour la pression, la vitesse acoustique résultante v_{tot} pour la structure périodique complète s'exprime à partir de la vitesse acoustique de l'élément unitaire $v_{unit/wave\ i}$:

$$v_{tot}(x, y, z) = \sum_{i=1}^{N_{wave}} \sum_{n=1}^{N_{elem}} \alpha_i e^{n\mu} v_{unit/wave\ i}(x + (n-1)\Delta, y, z) \quad (3.4)$$

Une synthèse de l'approche périodique présentée est proposée sous la forme du schéma de principe de la Figure 3.10. Ce schéma permet de faire le parallèle avec l'approche standard pour laquelle la structure complète est prise en compte dans les calculs FEM et BEM.

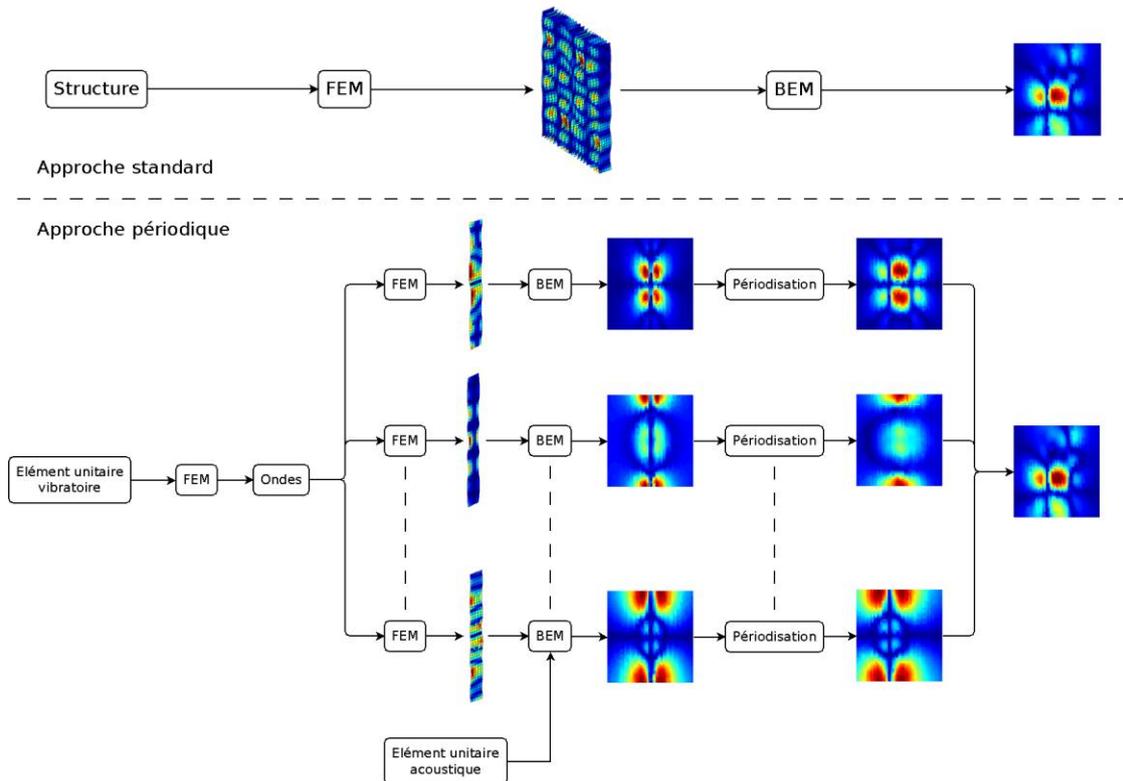


Figure 3.10. Schéma de principe de l'approche périodique - parallèle avec l'approche standard.

La décomposition en ondes utilisée dans l'approche périodique est clairement mise en évidence sur la Figure 3.10 avec la réalisation séparée des calculs FEM et BEM pour chaque onde.

3.4. Validation numérique

Pour démontrer la pertinence de la méthode de périodisation acoustique décrite dans le paragraphe précédent, les résultats obtenus sont comparés à un résultat de référence, qui provient du calcul direct de la structure complète à l'aide des éléments finis de frontière. Cette validation numérique doit également permettre de confirmer la validité des hypothèses mises en place lors de la périodisation ainsi que de la définition de l'élément unitaire acoustique.

3.4.1. Application de l'approche périodique à une structure composée de plaques couplées par des ressorts

3.4.1.1. Configuration utilisée

La structure considérée comporte 20 plaques avec des baffles acoustiques aux extrémités comme illustré sur la Figure 3.11. Concernant le calcul de référence, les conditions aux limites sont constituées des déplacements des plaques obtenus préalablement par éléments finis en imposant une excitation localisée sur un ressort.

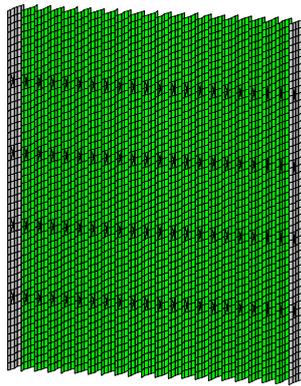


Figure 3.11. Modèle numérique de la structure complète utilisé pour le calcul de référence.

Le plan d'observation, de dimension $80 \times 50 \text{ cm}^2$ avec un pas de 1 cm entre les points (4131 points), est situé à 20 cm de la structure. Sa position est indiquée sur la Figure 3.12, où la projection de la structure sur le plan est symbolisée par un cadre blanc.

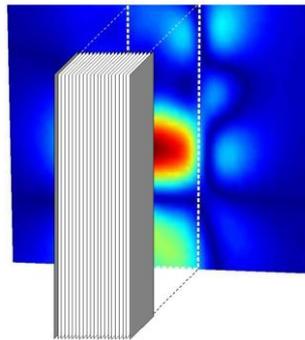


Figure 3.12. Position du plan d'observation pour la structure complète.

3.4.1.2. Comparaison des cartographies de pression acoustique

La première étape de la validation numérique consiste à comparer les cartographies de pression obtenues à différentes fréquences. La Figure 3.13 présente les cartographies obtenues à 200 Hz et la Figure 3.14 présente les résultats à 375 Hz (les champs de pression sont représentés avec la même échelle d'amplitude). Chacune des deux figures comporte le champ de pression issu du calcul de référence (a) ainsi que le champ de pression obtenu avec l'approche périodique en dupliquant l'élément unitaire avec les baffles acoustiques (b). Pour mettre en évidence l'effet des baffles acoustiques sur le résultat final, la sous-figure (c) représente le champ de pression issu du calcul périodique avec l'élément unitaire sans les baffles.

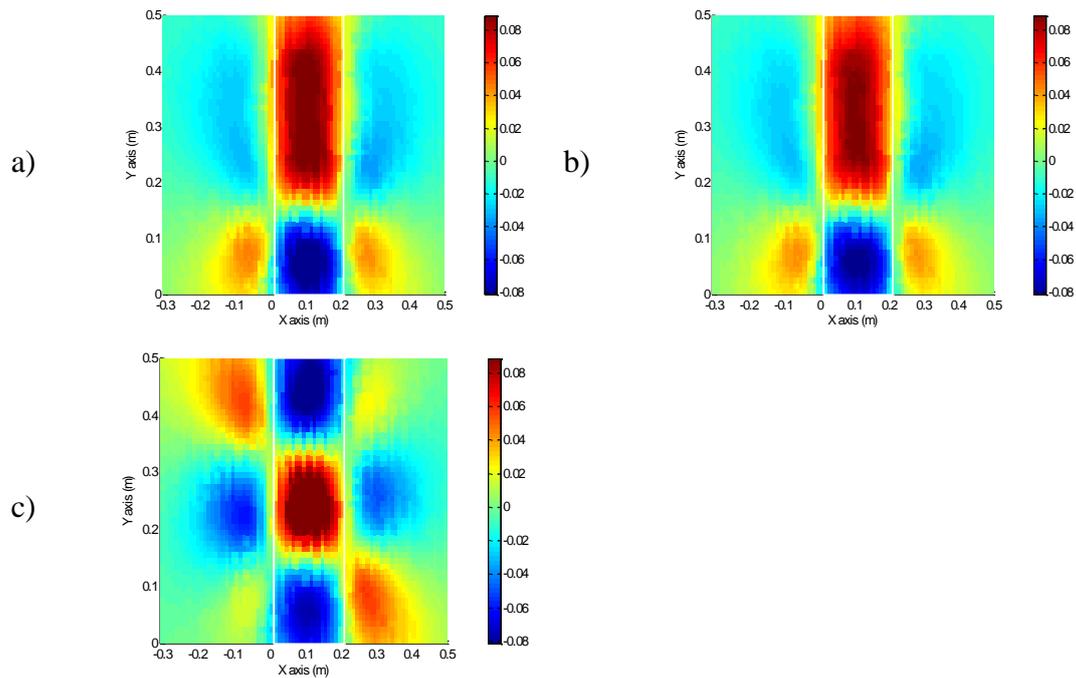


Figure 3.13. Comparaison des champs de pression (Pa) à 200 Hz, (a) résultat de référence, résultats de l'approche périodique avec (b) et sans (c) les baffles dans l'élément unitaire.

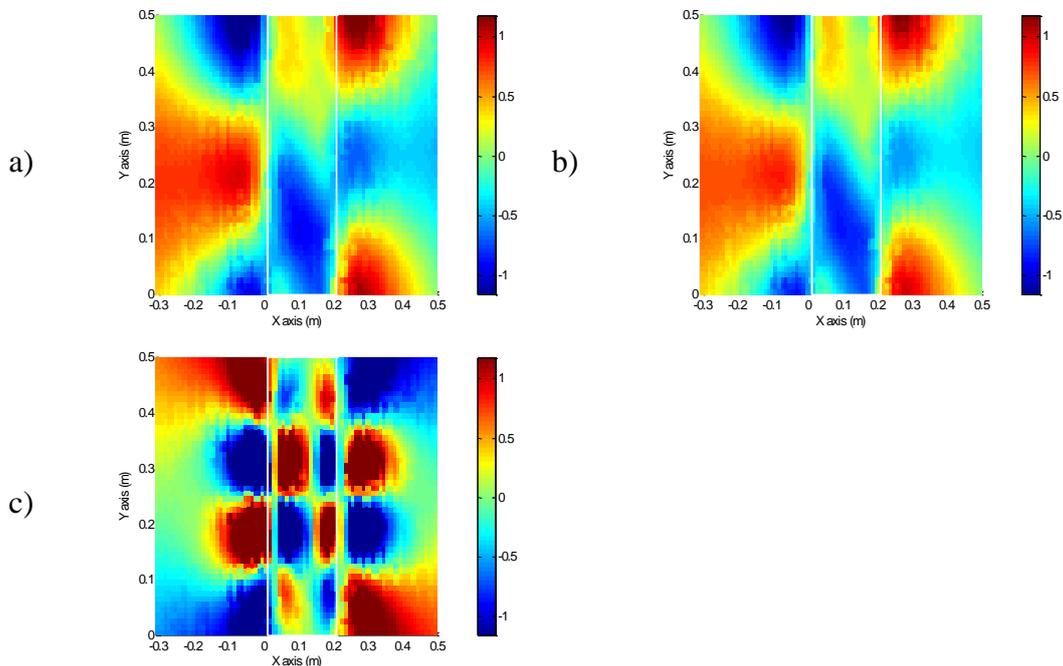


Figure 3.14. Comparaison des champs de pression (Pa) à 375 Hz, (a) résultat de référence, résultats de l'approche périodique avec (b) et sans (c) les baffles dans l'élément unitaire.

Les champs de pression des Figure 3.13a et b ainsi que des Figure 3.14a et b sont très similaires, aussi bien en terme d'allure qu'en terme d'amplitude aux deux fréquences considérées. Cette concordance démontre la capacité de l'approche périodique à fournir des résultats conformes au calcul de référence. En revanche, les champs de pression des

Figure 3.13c et Figure 3.14c sont totalement différents des autres champs de pression. Ces résultats attestent que la présence des baffles acoustiques dans l'élément unitaire impacte de façon importante le résultat final. Les résultats sont bien plus réalistes lorsque les baffles sont inclus. L'hypothèse de baffles acoustiques rigides, bien que négligeant le déplacement des ailettes adjacentes, est donc pertinente pour modéliser les plaques adjacentes de la structure.

3.4.1.3. Comparaison de la puissance acoustique

Les cartographies de pression acoustique ne permettent qu'une comparaison à une fréquence donnée. De plus, l'écart avec le résultat de référence est difficilement quantifiable. Il a donc été décidé de calculer la puissance acoustique rayonnée à travers le plan d'observation afin de pouvoir comparer les résultats sur l'ensemble de la plage de fréquence (5 à 400 Hz avec un pas de 5 Hz) de façon plus précise. Ce calcul fait appel à la pression acoustique p_{tot} ainsi qu'au conjugué de la vitesse acoustique v_{tot} :

$$W = \frac{1}{2} \int_S p_{tot} \cdot \bar{v}_{tot} dS \quad (3.5)$$

où S désigne la surface du plan d'observation.

La Figure 3.15a présente le spectre de puissance acoustique correspondant au calcul direct de la structure complète ainsi qu'au calcul réalisé avec l'approche périodique. L'écart entre les deux spectres est tracé en Figure 3.15b.

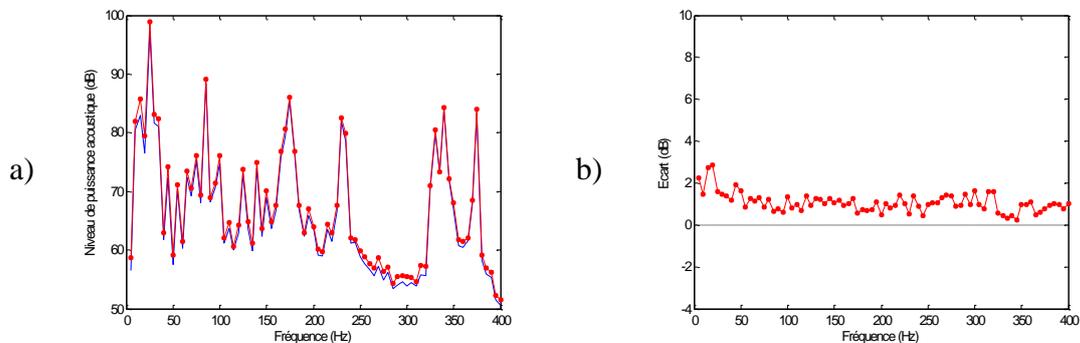


Figure 3.15. (a) Spectres de puissance acoustique rayonnée à travers le plan d'observation, (b) écart entre les spectres ; calcul direct de la structure complète (—) et approche périodique (—●—).

Les courbes de la Figure 3.15a sont très proches sur l'ensemble de la plage de fréquence considérée. D'après la Figure 3.15b, l'écart est globalement faible sur l'ensemble de la plage de fréquence considérée, avec une moyenne de 1,1 dB et un maximum de 2,9 dB, ce qui est très satisfaisant pour la finalité de cette étude. L'approche périodique développée s'avère donc adaptée pour calculer la pression acoustique rayonnée par une structure périodique constituée de plaques reliées par des ressorts.

3.4.1.4. Effort de calcul

Un aspect important de l'approche périodique mise en place réside dans le faible effort de calcul qu'elle nécessite par rapport au calcul direct de la structure complète. Les temps de calcul requis pour réaliser les calculs acoustiques à une fréquence donnée ainsi que sur l'ensemble de la plage de fréquence sont indiqués dans le Tableau 3.1 pour différents nombres de plaques dans la structure.

Pour une fréquence		
Nombre de plaques	Calcul direct	Approche périodique
1	7,5 s	2 min
20	16 min	2 min
50	8,5 h	2 min
500 (estimation)	16 mois	2 min
Sur l'ensemble de la plage de fréquence (80 fréquences)		
Nombre de plaques	Calcul direct	Approche périodique
20	21 h	2 h 40 min

Tableau 3.1. Temps de calcul nécessaires pour réaliser le calcul acoustique en fonction du nombre de plaques constituant le modèle.

Le temps de calcul total de l'approche périodique est obtenu en multipliant le temps de calcul de l'élément unitaire par le nombre d'ondes existant dans la structure. Pour l'assemblage considéré, il y a 8 ressorts entre chaque plaque, ce qui conduit à la propagation de 16 ondes. Ainsi, pour réaliser le calcul à une fréquence, l'approche périodique nécessite un temps de calcul de $7,5 \times 16 = 2$ minutes par fréquence. Il faut noter que ce temps peut être réduit de façon conséquente en réalisant les calculs sur plusieurs ordinateurs en parallèle. En répartissant le calcul de toutes les ondes sur 2 ordinateurs, le temps de calcul est directement divisé par 2, ce qui conduit à seulement 1 minute pour une fréquence.

L'avantage principal de l'approche périodique est de rendre les temps de calcul indépendants du nombre de plaques constituant la structure que l'on souhaite modéliser. Pour la structure composée de 20 plaques, le calcul direct de la structure complète exige un temps de 16 minutes par fréquence. Dans ce cas, l'approche périodique permet de diviser les temps de calcul par un facteur 8, ce qui est très avantageux. Le gain s'accroît évidemment de façon très importante à mesure que le nombre de plaques constituant la structure augmente. A titre d'information, la dernière ligne du Tableau 3.1 présente une estimation du temps nécessaire pour réaliser le calcul acoustique d'une structure composée de 500 plaques, ce qui est l'ordre de grandeur de batteries à ailettes de pompes à chaleur. Cette estimation est obtenue en extrapolant les temps pour les structures comportant de 1 à 50 plaques. Le temps de calcul serait de 16 mois, sans tenir compte de l'énorme capacité de mémoire vive nécessaire, donc impossible à réaliser en pratique. Les résultats présentés mettent en avant le fait que l'approche exploitant la périodicité de la structure requiert peu de ressources informatiques par rapport au calcul

direct d'une structure complète. L'approche périodique est donc bien adaptée à l'estimation du bruit émis par des structures comprenant un nombre élevé de plaques.

3.4.2. Application de l'approche périodique à une batterie à ailettes

3.4.2.1. Description de la structure

L'approche périodique est maintenant appliquée à une structure composée d'ailettes couplées par des tubes afin de se rapprocher de la géométrie d'une batterie à ailettes réelle. La structure est constituée de 10 ailettes espacées de 10 mm avec des baffles acoustiques aux extrémités, illustrés en gris foncé sur la Figure 3.16. Le nombre d'ailettes a volontairement été réduit par rapport au système plaque-ressort pour ne pas nécessiter des temps de calcul trop importants pour obtenir le résultat de référence, par calcul direct de la structure complète.

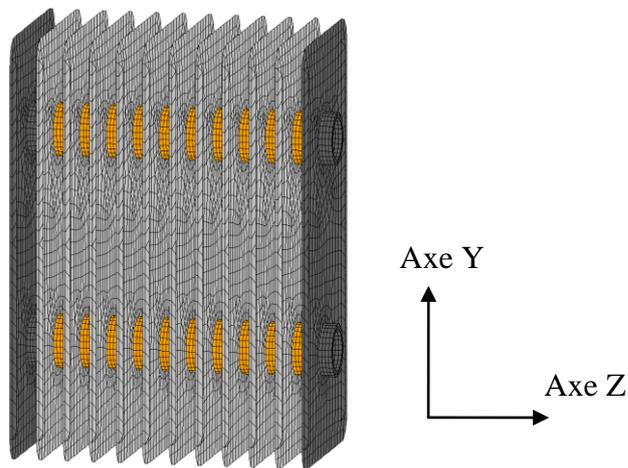


Figure 3.16. Modèle numérique de la structure complète.

La position du plan d'observation est identique à celle utilisée pour le système plaque-ressort (cf. Figure 3.12) hormis les dimensions qui ont été modifiées afin de s'adapter à la taille de la structure. La surface du plan considérée est ainsi de 32×87 cm² avec un pas de 1 cm, soit 2904 points. Les couplages, désormais assurés par les tubes, sont tridimensionnels. Ils peuvent donc être excités selon deux directions, longitudinale et transversale, désignées respectivement par les axes Z et Y sur la Figure 3.16. Dans la suite, les résultats sont présentés pour ces deux types d'excitation.

3.4.2.2. Excitation longitudinale

3.4.2.2.1. Comparaison de la puissance acoustique

La première excitation considérée est l'excitation longitudinale au niveau de l'extrémité d'un tube. Le calcul de la puissance acoustique au niveau du plan d'observation conduit aux spectres de la Figure 3.17a. L'écart entre le spectre correspondant à l'approche périodique et celui donné par le calcul de référence est présenté en Figure 3.17b.

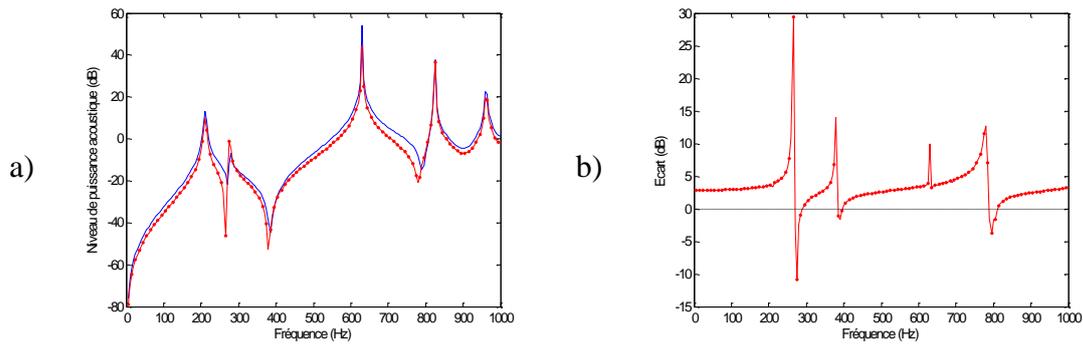


Figure 3.17. (a) Spectres de puissance acoustique rayonnée à travers le plan d'observation pour l'excitation longitudinale de la structure composée de 10 ailettes, (b) écart entre les spectres ; calcul direct de la structure complète (—) et utilisation de l'approche périodique (-●-).

Le spectre de puissance acoustique calculé avec l'approche périodique est de forme très similaire au spectre obtenu par calcul direct de la structure complète. La Figure 3.17b permet de relever un écart moyen de 3,5 dB et un écart maximal de 29,4 dB. Il s'agit d'écarts conséquents bien que les maximums apparaissent aux fréquences où la puissance acoustique est la plus faible, ce qui permet de nuancer leur importance. Les résultats fournis par l'approche périodique sont donc largement satisfaisants vis-à-vis des exigences de départ.

3.4.2.2.2. Analyse du comportement vibroacoustique de la structure

Les figures ci-après représentent les cartographies de pression acoustique (Pa) pour trois fréquences (210, 630 et 825 Hz) correspondant aux principaux pics du spectre de puissance acoustique de la Figure 3.17a. A chaque fréquence, le champ de pression calculé avec l'approche périodique (b) est comparé au champ de pression issu du calcul direct de la structure complète (a). La déformée de la structure complète est également représentée afin de fournir une vision plus détaillée du comportement de la structure aux fréquences considérées.

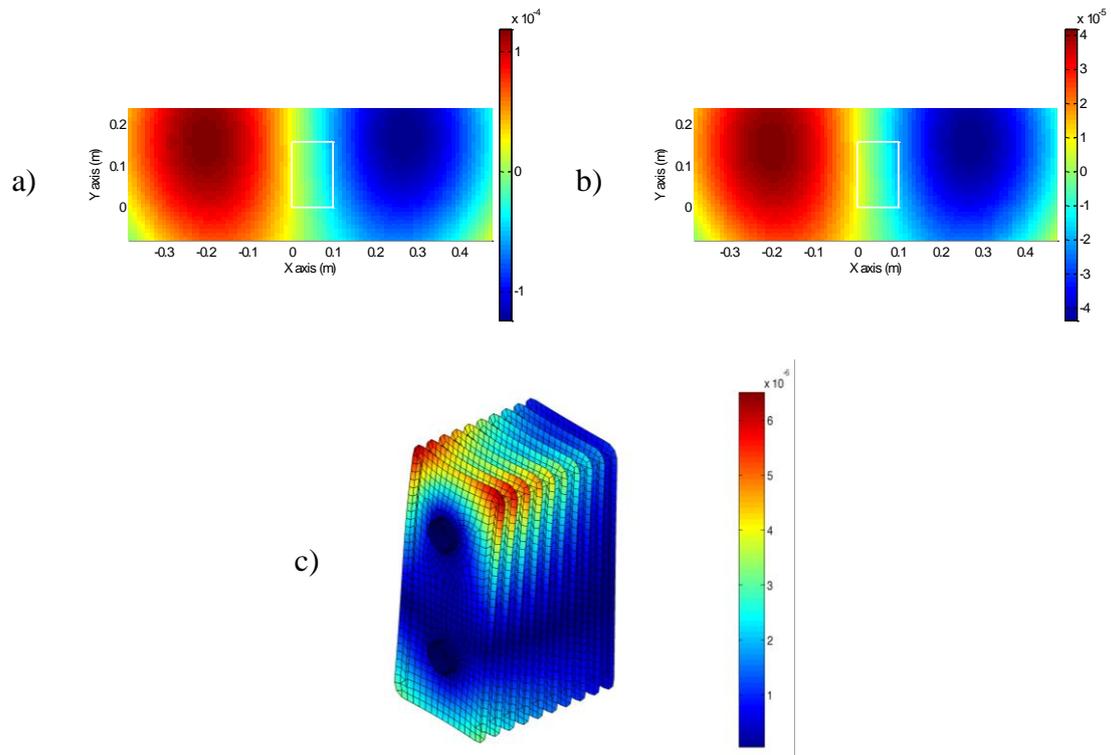


Figure 3.18. Comparaison des champs de pression (Pa) à 210 Hz obtenus par calcul direct de la structure complète (a) et avec l'approche périodique (b) ; déformée de la structure (c).

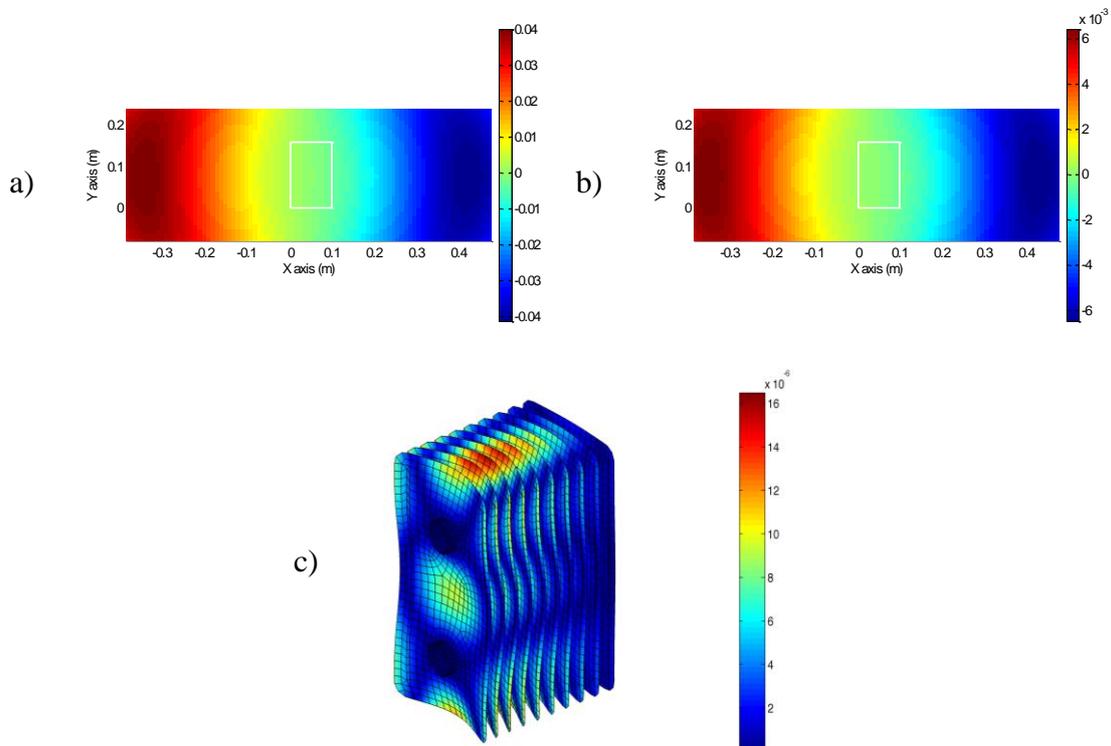


Figure 3.19. Comparaison des champs de pression (Pa) à 630 Hz obtenus par calcul direct de la structure complète (a) et avec l'approche périodique (b) ; déformée de la structure (c).

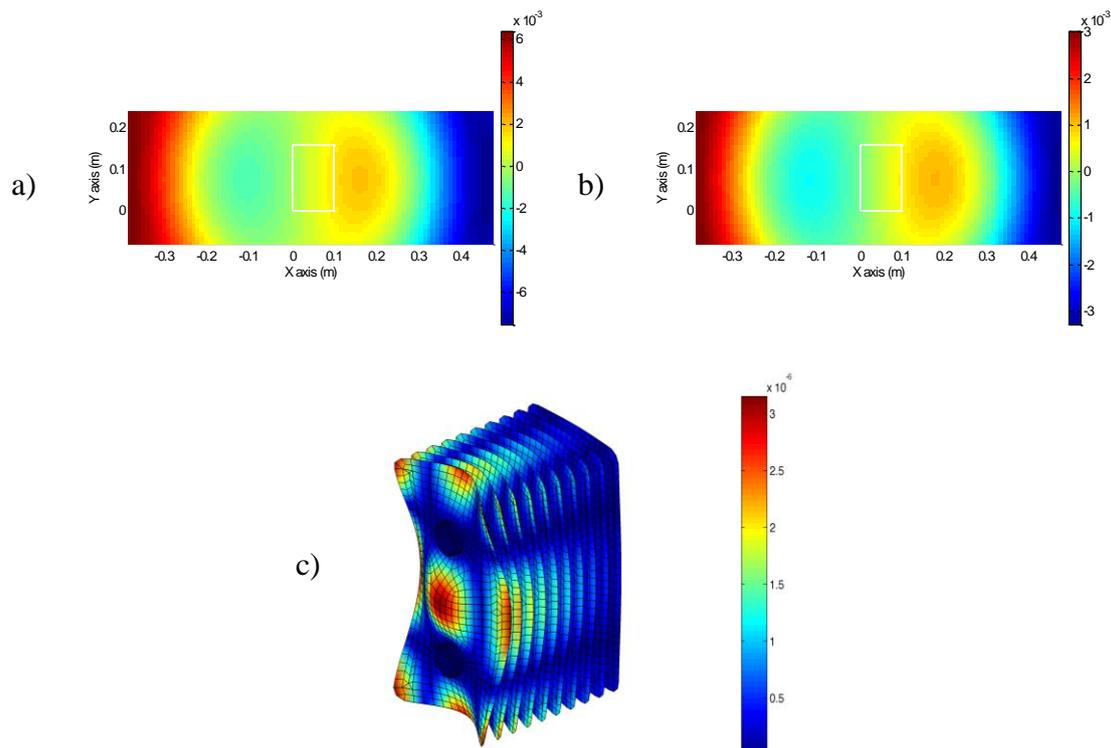


Figure 3.20. Comparaison des champs de pression (Pa) à 825 Hz obtenus par calcul direct de la structure complète (a) et avec l'approche périodique (b) ; déformée de la structure (c).

Pour les trois fréquences considérées, les allures des champs de pression obtenus avec l'approche périodique sont identiques au résultat de référence. Les amplitudes sont cependant différentes, ce qui avait déjà été mis en évidence lors de la comparaison des spectres de puissance acoustique. Les déformées de la structure complète permettent d'observer que le bruit rayonné par la structure est maximal lorsque les ailettes vibrent en phase avec une amplitude comparable. Ce type de déformée correspondant au début des zones de propagation, il faudra alors intervenir sur ces zones pour éventuellement réduire le bruit rayonné par la batterie à ailettes.

3.4.2.3. Excitation transversale

3.4.2.3.1. *Comparaison de la puissance acoustique*

Le second type d'excitation traité est l'excitation transversale d'un tube. Les spectres de puissance acoustique obtenu avec le calcul de référence ainsi qu'avec l'approche périodique, pour cette excitation, sont représentés en Figure 3.21a. La Figure 3.21b indique l'écart entre les deux spectres.

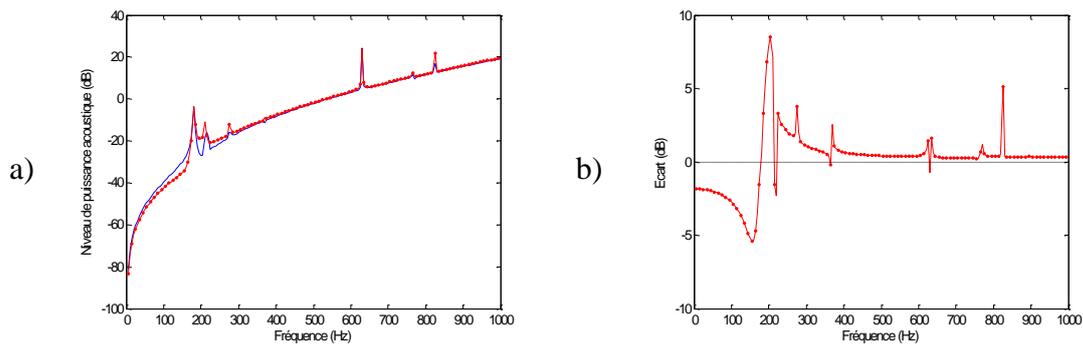


Figure 3.21. (a) Spectres de puissance acoustique rayonnée à travers le plan d'observation pour l'excitation transversale de la structure composée de 10 ailettes, (b) écart entre les spectres ; calcul direct de la structure complète (—) et utilisation de l'approche périodique (—●—).

La puissance acoustique obtenue avec l'approche périodique est similaire à la puissance issue du calcul direct de la structure complète. La Figure 3.21b indique un écart moyen de 1,2 dB et un écart maximal de 8,5 dB. Ces résultats sont très satisfaisants par rapport aux exigences de départ. On peut remarquer que les écarts sont plus importants en basse fréquence et deviennent très faibles lorsque la fréquence augmente. Ce comportement est probablement dû à la difficulté que présente l'approche périodique pour reconstituer des déplacements transversaux de la structure. Cette particularité avait déjà été soulignée lors du calcul du déplacement en tout point de la structure en section 2.3.3.1.

3.4.2.3.2. Analyse du comportement vibroacoustique de la structure

Les figures ci-après représentent les cartographies de pression acoustique (Pa) pour trois fréquences (210, 630 et 825 Hz) correspondant aux principaux pics du spectre de puissance acoustique de la Figure 3.17a. A chaque fréquence, le champ de pression calculé avec l'approche périodique (b) est comparé au champ de pression issu du calcul direct de la structure complète (a). La déformée de la structure complète est également représentée afin de fournir une vision plus détaillée du comportement de la structure aux fréquences considérées.

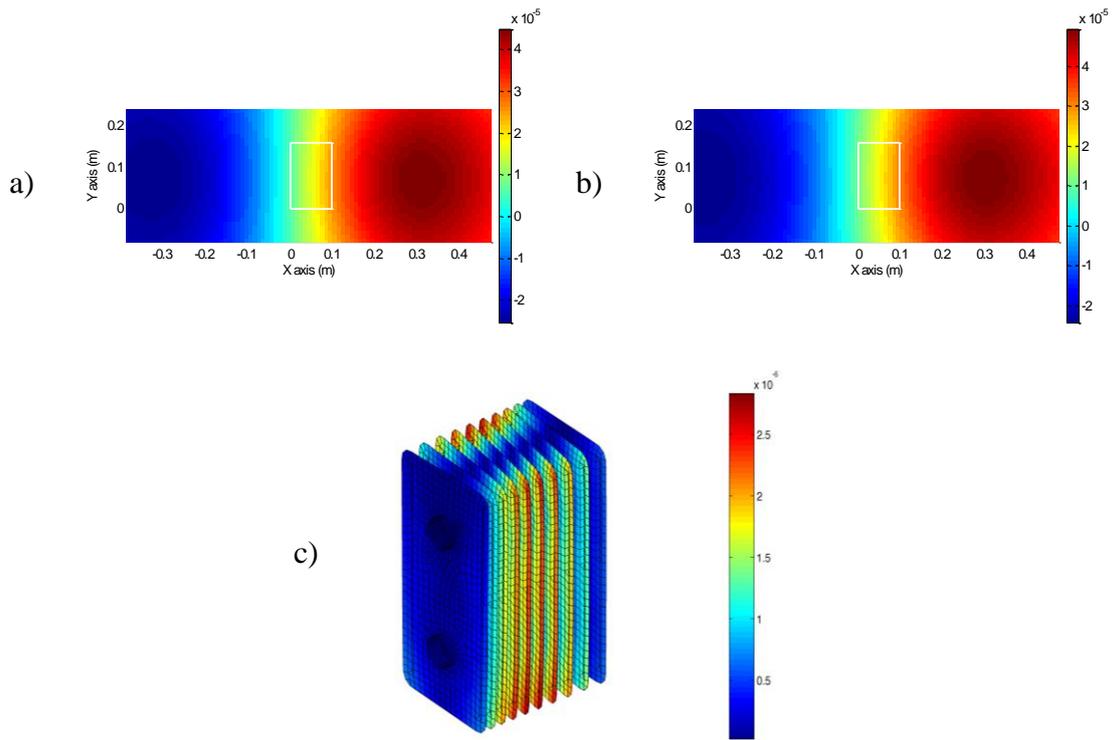


Figure 3.22. Comparaison des champs de pression (Pa) à 180 Hz obtenus par calcul direct de la structure complète (a) et avec l'approche périodique (b) ; déformée de la structure (c).

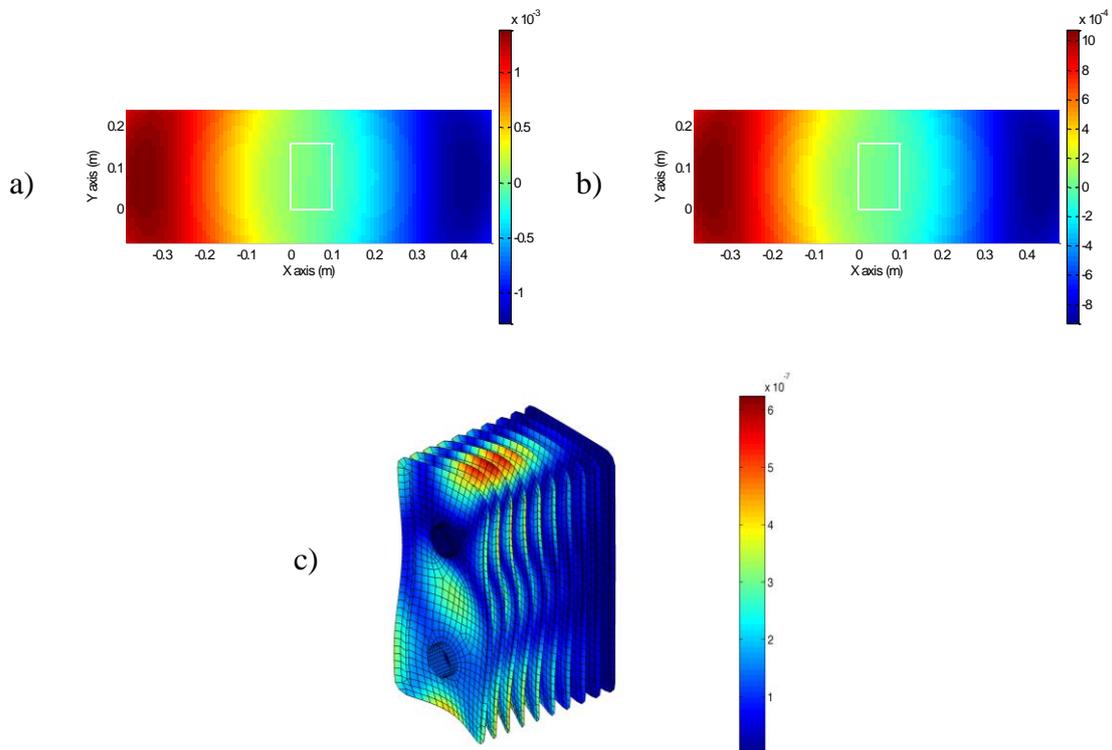


Figure 3.23. Comparaison des champs de pression (Pa) à 630 Hz obtenus par calcul direct de la structure complète (a) et avec l'approche périodique (b) ; déformée de la structure (c).

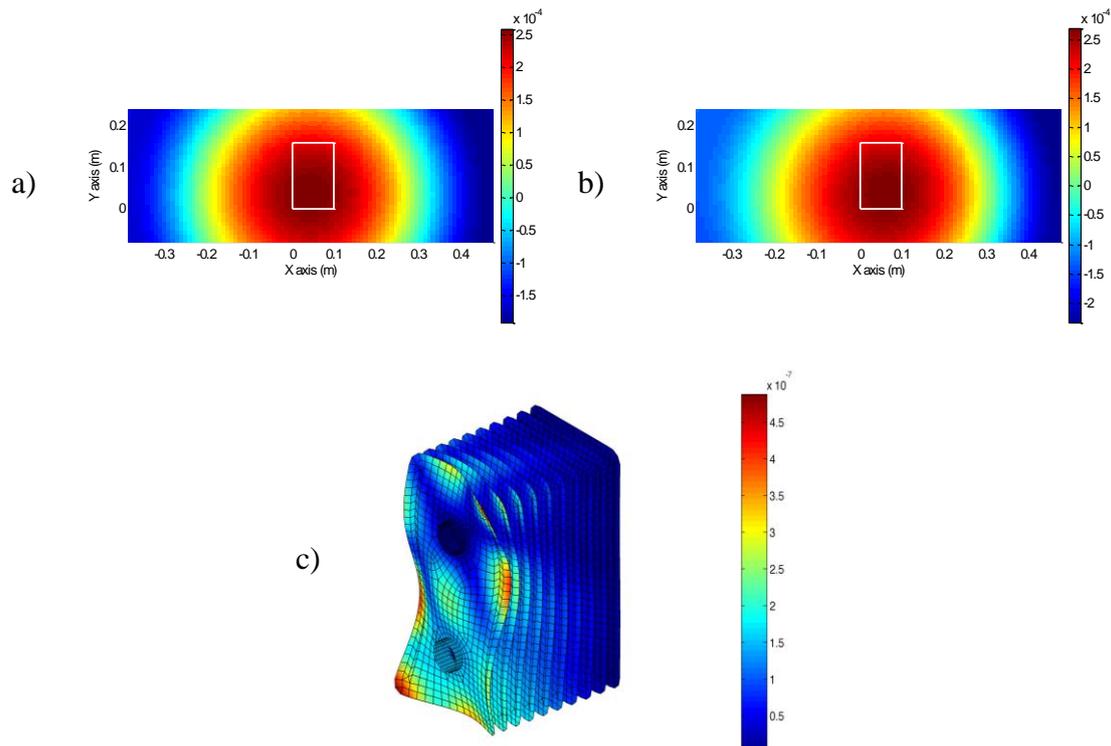


Figure 3.24. Comparaison des champs de pression (Pa) à 825 Hz obtenus par calcul direct de la structure complète (a) et avec l’approche périodique (b) ; déformée de la structure (c).

Les champs de pression présentés sur les figures précédentes montrent une très forte similarité des résultats obtenus avec l’approche périodique par rapport au résultat de référence. Les allures sont identiques et l’écart entre les amplitudes est très faible, ce qui démontre à nouveau la capacité de l’approche périodique à fournir des résultats réalistes. Grâce aux déformées de la structure complète, on peut une nouvelle fois constater que le bruit rayonné par la structure est maximal lorsque les ailettes vibrent en phase. Ce constat permet d’affirmer que le bruit rayonné par la batterie à ailettes provient donc principalement du mouvement des ailettes.

3.4.2.4. Ressources informatiques mises en œuvre

Le modèle numérique utilisé est plus complexe que dans le cas des plaques reliées par des ressorts, ce qui se traduit par des temps de calcul plus importants. Le Tableau 3.2 compare les temps de calcul requis par le calcul de la structure complète ainsi que par l’approche périodique, en fonction du nombre d’ailettes. Ce tableau comporte deux parties :

- les temps de calcul à une fréquence donnée,
- les temps de calcul pour la plage de fréquence complète, qui sont obtenus en multipliant les temps requis pour une fréquence par le nombre de fréquences (200 dans le cas traité).

Pour une fréquence		
Nombre d'ailettes	Calcul direct	Approche périodique
1	75 s	30 min
10	2 h	30 min
20	24 h	30 min
500 (estimation)	50 ans	30 min
Sur l'ensemble de la plage de fréquence (200 fréquences)		
Nombre d'ailettes	Calcul direct	Approche périodique
10	15 jours	4 jours

Tableau 3.2. Temps de calcul nécessaires pour réaliser le calcul acoustique en fonction du nombre d'ailettes constituant le modèle.

Le calcul direct de la structure complète constituée de 10 ailettes nécessite 2 heures de calcul par fréquence alors que l'approche périodique requiert seulement 30 minutes pour réaliser le calcul de toutes les ondes. L'approche périodique permet donc de diviser les temps de calcul par un facteur 4 pour l'exemple présenté. Le gain s'accroît de façon très importante lorsque le nombre d'ailettes augmente dans la mesure où le temps de calcul requis par l'approche périodique est indépendant du nombre d'ailettes constituant la structure.

A titre d'information, la dernière ligne du Tableau 3.2 présente une estimation du temps nécessaire pour réaliser le calcul acoustique d'une structure composée de 500 ailettes, ce qui est l'ordre de grandeur des batteries à ailettes de pompes à chaleur. Cette estimation a été obtenue en extrapolant les temps pour les structures comportant de 1 à 20 plaques. Le temps de calcul nécessaire au calcul direct serait de 50 ans, ce qui est absurde et impossible à réaliser. L'avantage majeur de l'approche périodique développée est de pouvoir traiter ce type de configuration avec des temps de calcul raisonnables.

Un avantage supplémentaire de l'approche périodique réside dans le fait que ces calculs sont indépendants de l'excitation imposée à la structure puisque celle-ci intervient uniquement lors de la périodisation. Ainsi, les calculs acoustiques de l'élément unitaire pour chaque onde sont effectués une seule fois alors qu'il faut habituellement réaliser autant de calculs acoustiques de la structure complète que d'excitations considérées.

3.5. Optimisation de l'élément unitaire acoustique

La validation numérique de l'approche périodique a démontré la nécessité de disposer des baffles acoustiques de part et d'autre de la plaque rayonnante. Cependant, lors de la définition de l'élément unitaire acoustique, il a été spécifié que l'utilisation des baffles rigides implique deux approximations : les vibrations des ailettes adjacentes sont négligées et l'influence de l'ensemble des ailettes de la structure complète n'est pas prise en compte dans le calcul de l'élément unitaire. Malgré ces approximations, les résultats obtenus avec l'élément unitaire choisi sont très proches du résultat de référence. Dans ce paragraphe, d'autres éléments unitaires acoustiques sont testés afin

de réduire les approximations et de quantifier leur impact sur la précision du résultat final.

3.5.1. Ajout de baffles acoustiques

Dans une batterie à ailettes, chaque ailette est encadrée par plusieurs ailettes. L'élément unitaire choisi initialement, comportant un baffle de chaque côté, ne prend pas en compte l'ensemble de ces ailettes. Cette approximation peut être assouplie en incluant plus de baffles de part et d'autre de la plaque rayonnante pour modéliser un plus grand nombre d'ailettes adjacentes et ainsi se rapprocher de la géométrie réelle. Trois éléments unitaires acoustiques sont considérés, comportant respectivement un (Figure 3.25a), deux (Figure 3.25b) et trois baffles (Figure 3.25c) de chaque côté.

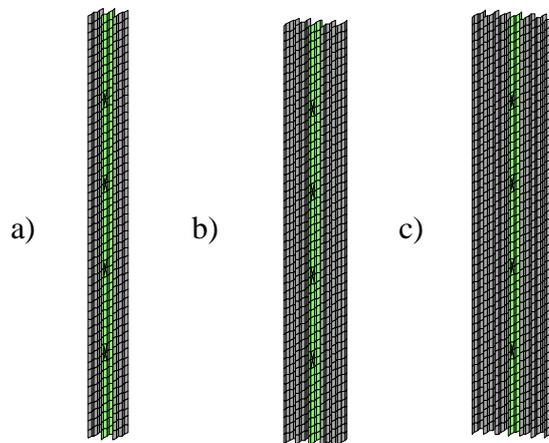


Figure 3.25. Modèles numériques des éléments unitaires acoustiques considérés ; (a) un baffle de chaque côté, (b) deux baffles de chaque côté, (c) trois baffles de chaque côté.

Le modèle avec un baffle de chaque côté est le même que celui utilisé lors de la validation numérique de l'approche périodique. Les résultats correspondants ont déjà été présentés en Figure 3.15.

L'application de l'approche périodique aux différents éléments unitaires pour une structure composée de 20 ailettes conduit aux résultats présentés en Figure 3.26 et Figure 3.27. La Figure 3.26 montre les champs de pression acoustique obtenus à 215 Hz respectivement par le calcul BEM direct de la structure complète (a), en périodisant un élément unitaire avec un baffle de chaque côté (b), avec deux baffles de chaque côté (c) et avec trois baffles de chaque côté (d).

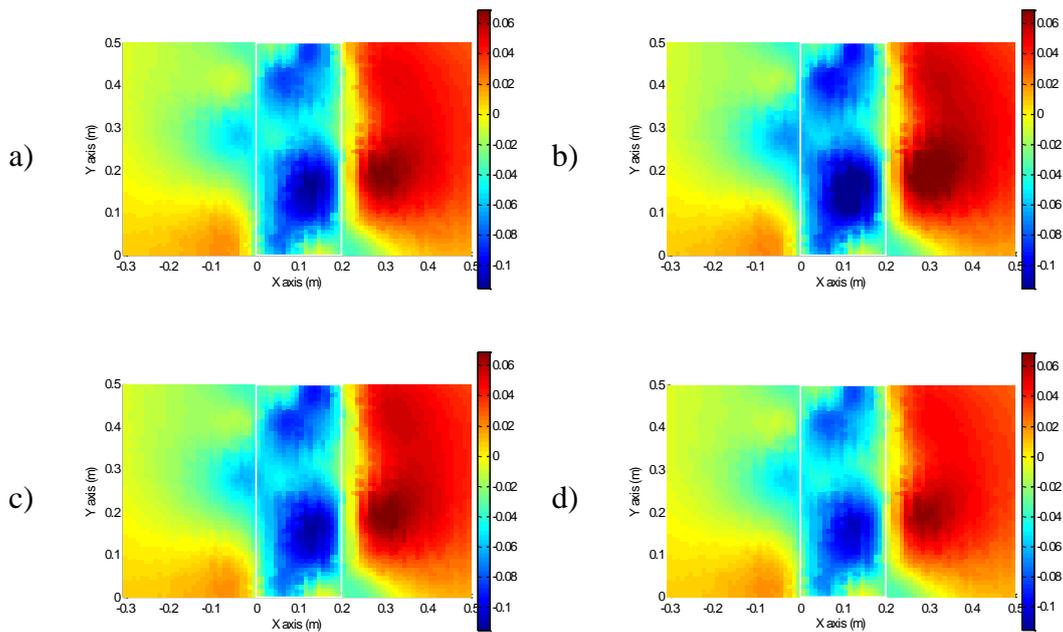


Figure 3.26. Champs de pression à 215 Hz obtenus par calcul direct de la structure complète (a) et par la périodisation d'un élément unitaire avec un baffle de chaque côté (b), deux baffles de chaque côté (c) et trois baffles de chaque côté (d).

À la fréquence considérée, mais également sur l'ensemble de la plage de fréquence étudiée, l'introduction des baffles supplémentaires n'impacte pas l'allure du champ de pression. En revanche, les champs de pression obtenus en périodisant un élément unitaire avec plusieurs baffles de chaque côté (Figure 3.26c et d) semblent plus proches en terme d'amplitude du champ de pression obtenu par calcul direct de la structure complète (Figure 3.26a) que le champ de pression obtenu avec l'élément unitaire avec un seul baffle de chaque côté (Figure 3.26b). L'écart entre les différentes configurations est plus visible sur les spectres de puissance acoustique calculés au niveau du plan d'observation (Figure 3.27a). La Figure 3.27b représente l'écart entre les résultats obtenus par périodisation (avec un, deux et trois baffles de chaque côté) et celui provenant du calcul direct de la structure complète.

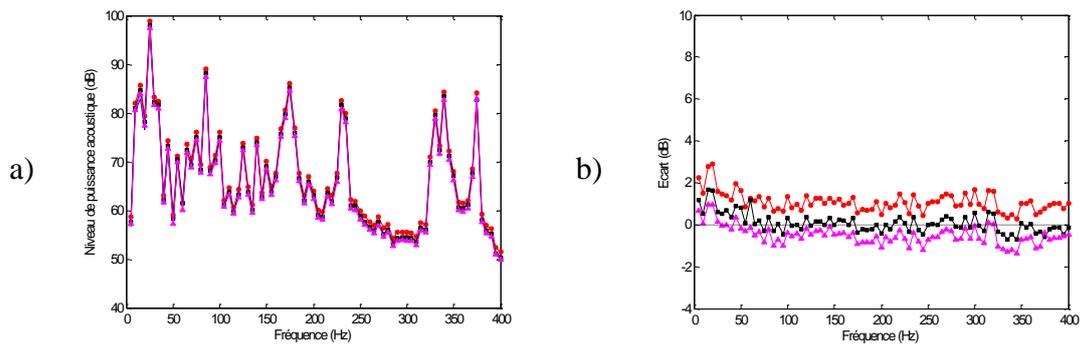


Figure 3.27. (a) Spectres de puissance acoustique rayonnée à travers le plan d'observation, (b) écart entre l'approche périodique et le calcul direct de la structure complète ; calcul direct de la structure complète (—), approche périodique avec un baffle (—●—), deux baffles (—■—) et trois baffles (—▲—) de chaque côté.

Les écarts (moyen et maximal) entre les spectres obtenus avec l'approche périodique et celui issu du calcul direct de la structure complète sont regroupés dans le Tableau 3.3.

Nombre de baffles de chaque côté	Écart moyen	Écart maximal
1	1,1	2,9
2	0,3	1,7
3	0,6	1,4

Tableau 3.3. Écarts entre l'approche périodique et le calcul direct de la structure complète en fonction du nombre de baffles de l'élément unitaire.

Les courbes de la Figure 3.27 ainsi que les écarts relevés entre les spectres montrent que l'ajout de baffles dans l'élément unitaire acoustique conduit à une légère amélioration des résultats. La configuration conduisant au résultat le plus proche du résultat de référence (écart moyen le plus faible) est celle d'un élément unitaire comprenant 2 baffles de chaque côté. Pour cette configuration, l'écart absolu moyen relevé sur la Figure 3.27b est de 0,3 dB et l'écart maximal est de 1,7 dB. Ces valeurs sont bien inférieures à celles correspondant à l'élément unitaire avec un seul baffle de chaque côté (écart moyen de 1,1 dB et écart maximal de 2,9 dB), confirmant ainsi ce que montraient les cartographies de la Figure 3.26.

La puissance acoustique calculée à partir de l'élément unitaire avec trois baffles de chaque côté est également plus proche du résultat de référence que le résultat avec un seul baffle de chaque côté. Cependant, l'écart avec le résultat de référence est plus élevé qu'avec deux baffles de chaque côté : l'écart moyen est de 0,6 dB et l'écart maximal de 1,4 dB. Il semble donc qu'une limite au niveau de l'amélioration des résultats soit atteinte. Cette limite peut s'expliquer par le fait que l'ajout de baffles permet une meilleure modélisation du cœur de la structure mais génère des ailettes rigides inexistantes sur les bords. La solution optimale consisterait alors à placer des éléments unitaires dissymétriques (1 baffle du côté externe et plusieurs baffles du côté interne tel que représenté sur la Figure 3.28) sur les bords de la structure.

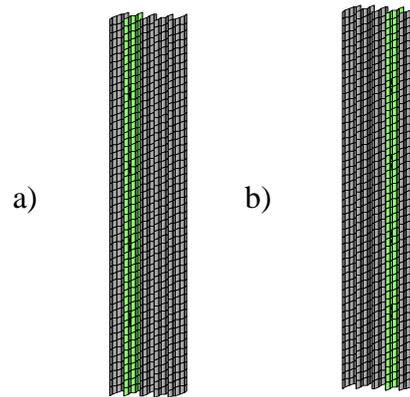


Figure 3.28. Éléments unitaires dissymétriques ; (a) pour l'extrémité gauche, (b) pour l'extrémité droite.

La prise en compte d'éléments unitaires dissymétriques nécessite cependant de réaliser plus de calculs que dans le cas d'un élément unitaire symétrique, ce qui réduit le gain en temps de calcul apporté par la périodisation d'un élément unitaire unique. L'amélioration des résultats n'est pas assez significative pour accepter ce compromis.

3.5.2. Utilisation d'un macro-élément unitaire

La seconde approximation liée à l'utilisation de baffles acoustiques rigides est de négliger les vibrations des ailettes adjacentes. L'impact de cette approximation sur le résultat final est évalué en considérant des éléments unitaires comprenant plusieurs ailettes actives. Le bloc d'ailettes ainsi constitué est encadré par deux baffles rigides. Cette étude a été réalisée avec la structure composée de plaques et de ressorts car elle nécessite des temps de calcul plus courts.

3.5.2.1. Macro-élément unitaire composé de 2 plaques

Une structure composée de 20 plaques couplées par des ressorts est décrite en périodisant 10 fois un macro-élément unitaire composé de 2 plaques. Les résultats obtenus en périodisant la pression rayonnée par le macro-élément unitaire sont comparés aux résultats issus du calcul direct ainsi que de la périodisation de l'élément unitaire standard, i.e. constitué d'une seule plaque vibrante. La Figure 3.29a présente les spectres de puissance obtenus pour chaque configuration tandis que les courbes de la Figure 3.29b correspondent à l'écart entre les spectres obtenus avec l'approche périodique et le spectre issu du calcul de référence.

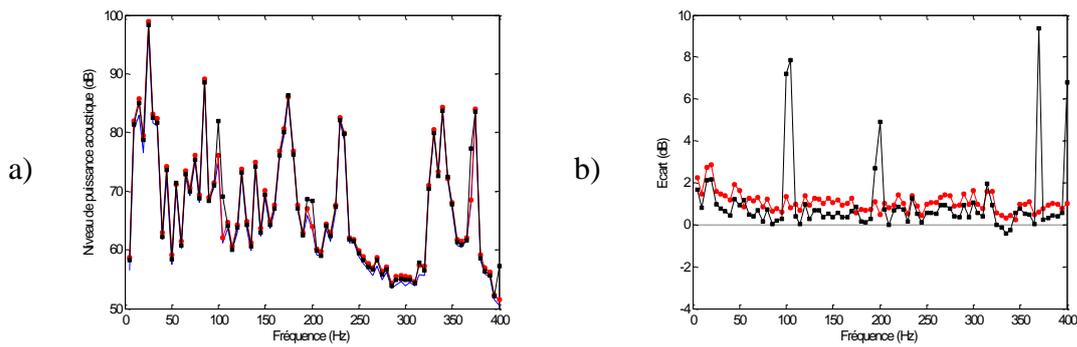


Figure 3.29. Influence du nombre de plaques composant l'élément unitaire sur les résultats acoustiques ; (a) comparaison des niveaux de puissance acoustique, (b) écarts par rapport au calcul complet de la structure ; calcul direct de la structure complète (—), approche périodique avec une plaque (—●—) et deux plaques (—■—) rayonnantes.

Les résultats de la Figure 3.29 permettent de constater que l'ajout de plaques actives dans l'élément unitaire améliore faiblement les résultats : l'écart moyen passe de 1,1 dB pour 1 plaque à 1,0 dB pour 2 plaques. Il faut également noter que des écarts importants apparaissent à certaines fréquences : l'écart maximal est de 9,4 dB contre 2,9 dB avec une seule plaque. L'observation des constantes de propagation représentées sur la Figure 3.30 montre que ces fréquences correspondent à des fins de zones de propagation.

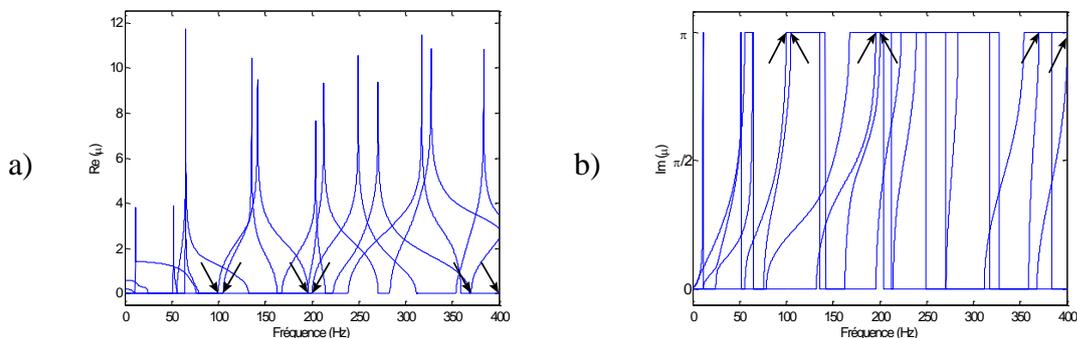


Figure 3.30. Constantes de propagation avec signalement des fins de zones de propagation pour lesquelles les singularités apparaissent ; (a) partie réelle et (b) partie imaginaire.

Dans la partie 2.1.4.2, il a été mis en évidence que les déplacements des vecteurs propres sont nuls à la fin des zones de propagation. Or ce sont ces déplacements qui sont imposés aux points de couplage pour calculer les déplacements de l'élément unitaire, ensuite utilisés comme conditions aux limites du calcul acoustique. Dans le cas d'un macro-élément unitaire composé de 2 plaques, le déplacement des points de couplage intermédiaires (entre les plaques) n'est pas maîtrisé. Ce déplacement n'est pas nécessairement nul lorsque les points de couplage des extrémités sont bloqués. Ce problème numérique empêche donc d'obtenir des résultats conformes au résultat de référence pour les fréquences repérées précédemment. La solution consisterait alors à imposer les efforts aux points de couplage mais le même problème apparaîtrait alors au début des zones de propagation

3.5.2.2. Macro-élément unitaire composé de 4 plaques

Un élément unitaire composé d'un bloc de 4 plaques actives avec deux baffles rigides sur les bords est maintenant considéré. Cet élément unitaire doit être périodisé 5 fois pour décrire une structure composée de 20 plaques. La taille plus importante du modèle numérique nécessite des temps de calcul plus longs qu'avec une seule plaque, ce qui réduit fortement le gain apporté par l'approche périodique. La Figure 3.31 compare le spectre de puissance obtenu avec cet élément unitaire au résultat de référence ainsi qu'aux résultats obtenus avec les éléments unitaires précédents.

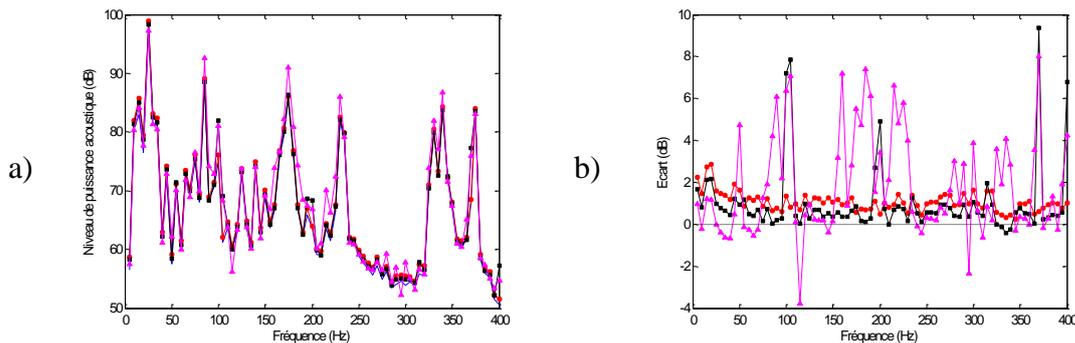


Figure 3.31. Influence du nombre de plaques composant l'élément unitaire sur les résultats acoustiques ; (a) comparaison des niveaux de puissance acoustique, (b) écarts par rapport au calcul direct de la structure complète ; calcul direct de la structure complète (—), approche périodique avec une plaque (—●—), deux plaques (—■—) et quatre plaques (—▲—) actives.

Les résultats obtenus présentent un écart important par rapport au résultat de référence : l'écart moyen est de 2,1 dB et l'écart maximal est de 8,0 dB. Les singularités sont plus nombreuses que pour l'élément unitaire composé de 2 plaques car le déplacement des jonctions internes à l'élément n'est toujours pas maîtrisé et le problème numérique s'accroît avec le nombre de jonctions dont le déplacement n'est pas nul.

Finalement, l'ajout d'ailettes actives dans l'élément unitaire n'améliore pas les résultats de l'approche périodique. Un élément unitaire composé d'une seule ailette est donc la configuration optimale pour obtenir les meilleurs résultats.

3.6. Réduction de l'espacement entre les ailettes

Jusqu'à présent, l'espacement entre les ailettes était fixé à 10 mm dans les différents modèles numériques considérés. Pour une batterie à ailettes industrielle, cet écart est généralement de l'ordre du millimètre. Dans ce paragraphe, l'espacement inter-ailettes est progressivement réduit afin de traiter une configuration la plus réaliste possible. La structure considérée est composée de 20 plaques reliées par des ressorts avec une excitation longitudinale au niveau d'un ressort. Cette structure a été privilégiée à l'assemblage d'ailettes et de tubes car les temps de calculs associés sont beaucoup plus courts. Les calculs ont été réalisés en utilisant l'approche périodique mais également en utilisant la structure complète afin de s'assurer de la validité des résultats obtenus. Les valeurs imposées pour l'espace entre les ailettes sont de 10 (valeur initiale), 5, 2 et 1 mm. Les résultats obtenus pour ces différentes valeurs d'écartement sont représentés en Figure 3.32. Les niveaux de puissance acoustique sont tracés pour chaque écartement

ainsi que pour chaque technique de calcul : calcul direct de la structure complète (a) et utilisation de l'approche périodique (b).

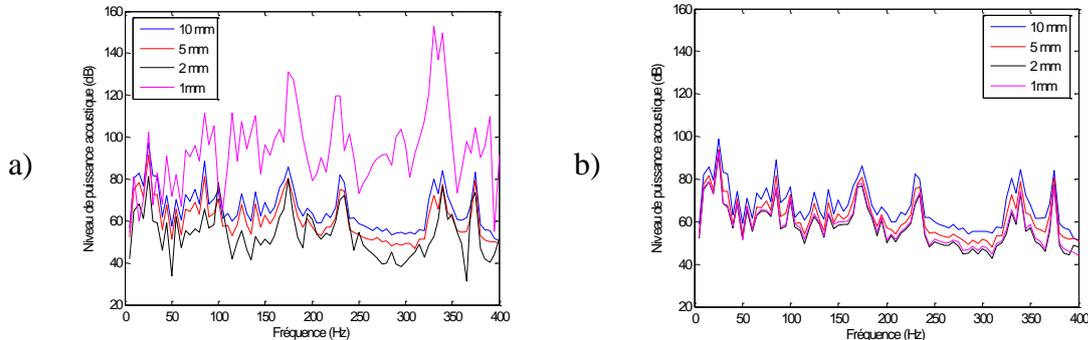


Figure 3.32. Influence de l'écart entre les plaques sur la puissance acoustique rayonnée ; (a) calcul direct de la structure complète, (b) calcul utilisant l'approche périodique.

Les Figure 3.32a et b montrent des résultats différents pour les 2 méthodes de calcul. Globalement, lorsque l'écart entre les ailettes diminue, le niveau de puissance acoustique décroît. Ce comportement est particulièrement visible sur les courbes correspondant à l'approche périodique (Figure 3.32b). Les courbes obtenues avec le calcul direct de la structure complète (Figure 3.32a) présentent un comportement particulier. Lorsque l'écart est de 1 mm, la réponse acoustique de la structure devient brusquement très importante, avec des niveaux de puissance aberrants (maximum à 155 dB). Ce comportement singulier provient d'un maillage non adapté à la structure modélisée. En effet, la taille des éléments utilisés doit être inférieure à la moitié de l'écart entre les plaques afin de disposer de suffisamment de points pour calculer le champ de pression dans ces zones particulières. Ce problème purement numérique a été confirmé par la société LMS (éditeur de Sysnoise). Le critère à respecter s'écrit alors :

$$\Delta > 2L \quad (3.6)$$

où Δ et L désignent respectivement l'espacement entre les plaques et la taille des éléments utilisés.

Il n'est pas nécessaire de respecter ce critère de façon stricte pour obtenir des résultats conformes mais des erreurs apparaissent si la taille des éléments L est trop importante par rapport à l'écart entre les plaques Δ . Dans le cas traité, la taille des éléments constituant les plaques est de $L = 10$ mm pour un écart entre les plaques $\Delta = 1$ mm, soit $10\Delta = L$. Le critère est donc largement dépassé, ce qui explique les mauvais résultats obtenus. Deux solutions sont alors envisageables pour obtenir des résultats plus conformes :

- Diminuer la taille des éléments en raffinant le maillage des plaques. Cette solution conduit cependant à une forte augmentation du nombre d'éléments utilisés (multiplication par 4 lorsque la taille des éléments est divisée par 2) et donc des temps de calcul associés.
- La seconde solution consiste à augmenter la quadrature, c'est-à-dire le nombre de points de Gauss utilisés pour l'évaluation numérique des intégrales. Plus ce paramètre est élevé et plus les intégrations numériques sont précises, ce qui est nécessaire lorsque des plaques parallèles très proches sont considérées.

Cependant, des valeurs de quadrature élevées augmentent les temps de calculs de façon conséquente.

Ces deux solutions ont été appliquées au calcul de la structure complète sans améliorer les résultats de façon significative. De plus, l'augmentation de l'effort de calcul empêche de réaliser les calculs sur la totalité de la plage de fréquence avec une durée raisonnable (quelques heures). Le calcul de la structure complète s'avère donc irréalizable lorsque l'espacement entre les ailettes devient faible. Ce phénomène renforce l'importance de l'approche périodique présentée, dont les résultats semblent peu affectés par le problème numérique. Cela peut s'expliquer par le fait que le modèle numérique utilisé dans l'approche périodique ne comporte que trois ailettes (dont deux baffles) et que le problème numérique a plus de conséquences lorsque le nombre d'ailettes est élevé.

3.7. Conclusions

Ce chapitre a présenté la modélisation acoustique périodique mise en place pour calculer le bruit rayonné par une batterie à ailettes à partir du rayonnement de l'élément unitaire acoustique. L'élément unitaire acoustique diffère de l'élément unitaire vibratoire car il doit prendre en compte l'influence de l'environnement proche. Dans le cas d'une batterie à ailettes, l'environnement proche est principalement constitué des ailettes adjacentes. Une originalité de cette thèse a été d'inclure des baffles rigides de part et d'autre de l'ailette active de l'élément unitaire afin de modéliser les ailettes adjacentes. Il faut noter que l'utilisation de baffles rigides néglige le déplacement de ces ailettes adjacentes. L'impact de cette approximation sur le résultat final a été quantifié en considérant un élément unitaire avec plus de baffles et plus d'ailettes rayonnantes. La comparaison des résultats avec un calcul BEM de la structure complète a montré la nécessité d'utiliser les baffles pour obtenir des résultats réalistes.

La majeure partie de cette thèse a été consacrée à mettre en place un processus permettant de calculer le bruit rayonné par une structure périodique complète à partir du rayonnement acoustique d'un élément unitaire. Pour cela, l'approche ondulatoire utilisée dans la partie vibratoire a été transposée à la modélisation acoustique. La décomposition en ondes permet de réaliser les calculs pour chaque onde séparément. Dans un premier temps, le rayonnement acoustique de l'élément unitaire est calculé pour chaque onde se propageant dans la structure. Ces calculs nécessitent peu de ressources informatiques dans la mesure où le modèle numérique est réduit. Le champ de pression de l'élément unitaire acoustique est ensuite dupliqué spatialement afin de représenter l'ensemble des ailettes constituant la structure. Pour chaque position, l'application du théorème de Floquet-Bloch conduit à multiplier le champ de pression par la valeur propre associée à l'onde considérée afin de représenter la propagation de cette dernière au sein de la structure. Chaque onde est ensuite pondérée par sa participation avant de finalement sommer les contributions de toutes les ondes.

L'approche périodique a été validée numériquement pour deux structures : un assemblage de plaques couplées par des ressorts et une structure plus réaliste composée d'ailettes et de tubes. Les résultats obtenus avec l'approche périodique sont similaires aux résultats de référence issus du calcul direct de la structure complète. Les champs de pression acoustiques sont très bien retrouvés aussi bien au niveau de l'allure que de l'amplitude. La comparaison de la puissance acoustique rayonnée sur l'ensemble de la

plage de fréquences a démontré la pertinence des résultats fournis par l'approche périodique.

L'avantage majeur de l'approche périodique est de rendre les temps de calcul indépendants du nombre d'ailettes composant la structure. L'étude des temps de calcul a montré une réduction très importante en faveur de l'approche périodique par rapport au calcul direct de la structure complète. Grâce à l'approche présentée, des structures composées d'un très grand nombre d'ailettes peuvent désormais être considérées, ce qui était jusqu'alors impossible.

Dans le chapitre suivant, la modélisation périodique est confrontée à une validation expérimentale impliquant une structure réelle.

Chapitre 4

Validation expérimentale

Le chapitre précédent a exposé une validation numérique de l'approche périodique. Cette validation numérique se limite à des structures composées d'un faible nombre d'ailettes du fait d'importants temps de calcul pour obtenir le résultat de référence sur la structure complète. Une validation expérimentale de l'approche périodique est proposée dans ce chapitre, en considérant une structure composée d'un nombre plus important d'ailettes. Cet aspect expérimental constitue un apport original de cette thèse dans la mesure où le nombre de travaux présentant des résultats expérimentaux sur le rayonnement acoustique d'une structure périodique est très restreint. Dans un premier temps, la structure utilisée ainsi que les mesures réalisées sont décrites, puis la procédure de recalage du modèle numérique est présentée avant de comparer les résultats expérimentaux avec ceux issus de l'approche périodique.

4.1. Description de la structure expérimentale

Le choix de la structure expérimentale repose sur plusieurs critères. Tout d'abord, il importe qu'elle soit suffisamment représentative des batteries à ailettes industrielles afin de démontrer la pertinence de l'approche périodique pour modéliser ce type de structures. La structure choisie doit également être aisément modélisable numériquement, c'est-à-dire avec peu de couplages entre les éléments unitaires pour

limiter le nombre d'ondes se propageant dans la structure, donc les temps de calcul¹. Enfin, la surface des ailettes doit être suffisamment importante pour garantir un bruit rayonné significatif et faciliter l'analyse des résultats.

La réalisation de la structure expérimentale a été confiée à la société Bisbrouck, spécialisée dans la fabrication de batteries à ailettes sur mesure. Les géométries disponibles ne satisfaisaient pas totalement les critères énoncés précédemment, d'où la nécessité d'un compromis. Deux structures de taille différente ont finalement été réalisées afin d'observer l'effet du nombre d'ailettes sur le bruit rayonné. Ces structures comportent deux tubes et sont composées de 41 et 61 ailettes espacées de 10 mm tel qu'illustré sur la Figure 4.1a. Les tubes sont en cuivre recuit (matériau malléable pour réaliser le sertissage) et possèdent un diamètre extérieur de 20 mm avec une épaisseur de 2 mm. Il s'agit d'une épaisseur importante, qui confère aux tubes une forte rigidité. Les ailettes, dont la géométrie est présentée en détail sur la Figure 4.1b, sont en aluminium, de dimensions de 80×160 mm et d'épaisseur 0,5 mm. Ces ailettes comportent des bossages verticaux destinés à les rigidifier. Le contact entre les tubes et les ailettes est assuré par une collerette de quelques millimètres de long.

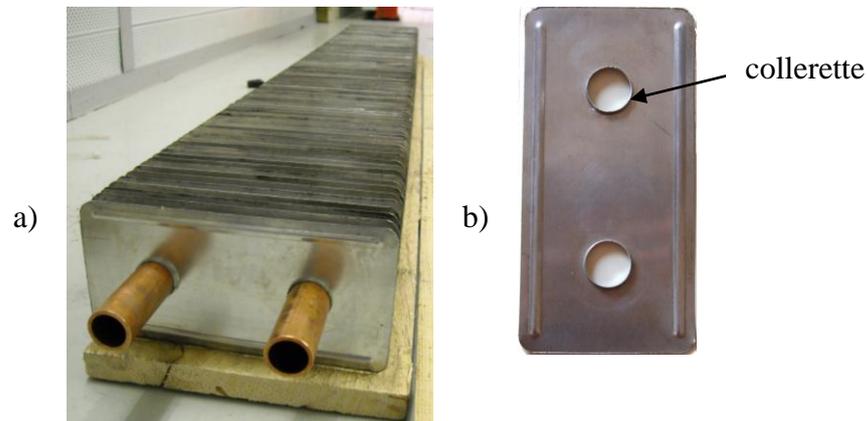


Figure 4.1. (a) Photographie d'une structure complète, (b) vue d'une ailette.

A la livraison de la structure, deux problèmes ont été identifiés :

- un espacement non uniforme entre les ailettes, illustré en Figure 4.2, probablement dû à leur mauvais maintien pendant le sertissage. Ce défaut dans la périodicité de la structure risque d'être un obstacle lors de la comparaison des résultats issus des mesures aux résultats du modèle numérique, qui lui possède un pas régulier entre les ailettes,
- un sertissage perfectible pour certaines ailettes, conduisant à un contact imparfait entre le tube et l'ailette. Ce problème est dû à la difficulté à déformer les tubes d'épaisseur importante.

¹ Bien que le nombre de tubes constituant la structure soit volontairement faible, cette approche s'applique bien pour des structures avec un nombre de couplages plus élevé.

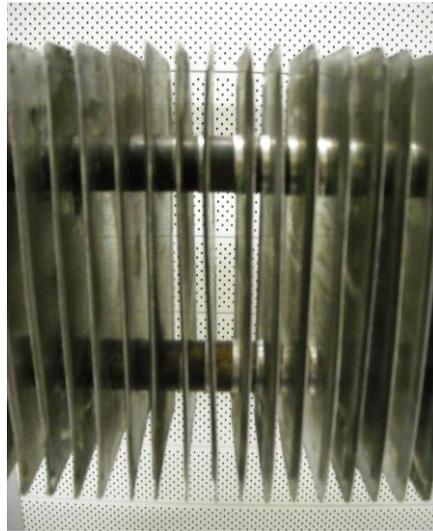


Figure 4.2. Illustration du défaut d'écartement entre les ailettes.

La manière dont sont fabriquées les batteries à ailettes permet de mieux comprendre l'origine de ces défauts. Les ailettes sont disposées régulièrement dans un « peigne » muni d'encoches permettant de les maintenir en place. L'étape suivante consiste à insérer les tubes à travers les ailettes et à sertir ces dernières sur les tubes en passant une olive dans les tubes pour les élargir. Au cours du sertissage, l'olive exerce un effort perpendiculaire aux ailettes, ce qui peut les déplacer si elles ne sont pas parfaitement maintenues et donc conduire aux défauts de périodicité et de contact tube/ailette rencontrés.

Remarque : Suite aux défauts d'écartement rencontrés précédemment, il a été décidé de réaliser une structure avec une géométrie différente. Cette structure présentait une dissymétrie dans la disposition des tubes et possédait une surface d'ailette plus importante. Un nouveau montage garantissant une périodicité satisfaisante lors du sertissage des ailettes a été mis en place : l'écart entre les ailettes était assuré en disposant des cales en bois d'épaisseur identique entre celles-ci. Malheureusement, il s'agissait d'ailettes très rigides qui n'ont pas permis de réaliser un sertissage correct, rendant ainsi la structure inutilisable.

4.2. Étude vibratoire

4.2.1. Protocole de mesure

Ce paragraphe décrit le protocole expérimental mis en œuvre pour réaliser les mesures vibratoires sur les structures composées de 41 et 61 ailettes. Le matériel ainsi que la procédure de mesure utilisés sont détaillés successivement puis un exemple de résultat est présenté. En ce qui concerne les conditions aux limites, la batterie à ailettes est suspendue, comme illustré en Figure 4.3, et les extrémités des tubes sont libres.

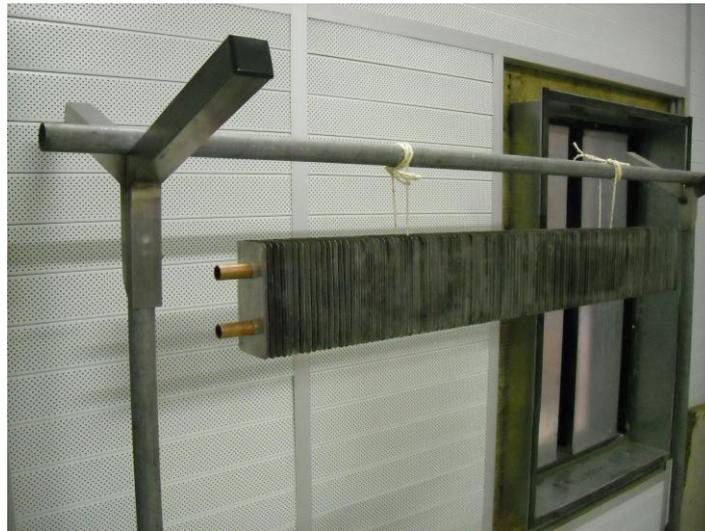


Figure 4.3. Montage de la structure expérimentale.

Les mesures vibratoires consistent en des essais avec un marteau de choc. La structure est excitée au niveau de l'extrémité d'un tube selon deux directions : transversale et longitudinale. La réponse de la structure est mesurée en plaçant successivement un accéléromètre sur les 4 extrémités des 2 tubes. L'analyseur calcule le rapport entre l'accélération au niveau du point de mesure et l'effort injecté et fournit les fonctions de transfert vibratoires entre l'accéléromètre et le capteur de force. Un exemple de fonction de transfert vibratoire mesurée est présenté sur la Figure 4.4.

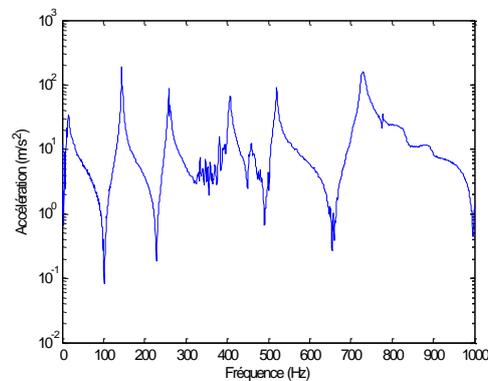


Figure 4.4. Exemple de fonction de transfert vibratoire mesurée.

La courbe obtenue est peu bruitée et permet d'observer plusieurs pics fréquentiels bien distincts correspondant à des modes de la structure. Cette caractéristique permettra une comparaison plus aisée avec les résultats issus des calculs numériques.

4.2.2. Comparaison modèle/mesure

L'objectif final de la validation expérimentale est de comparer les résultats des mesures acoustiques aux résultats numériques obtenus en utilisant l'approche périodique. Préalablement, il est nécessaire de s'assurer que le comportement dynamique du modèle est semblable à celui de la structure expérimentale. Par défaut, les valeurs des

paramètres matériaux utilisés dans le modèle numérique sont celles couramment trouvées dans la littérature. Les modules de Young de l'aluminium (ailettes) et du cuivre recuit (tubes) sont respectivement de 70 et 90 GPa. Ces valeurs conduisent aux fonctions de transfert vibratoires représentées en pointillés rouges sur la Figure 4.5. Les quatre configurations correspondent aux deux structures (composées de 41 et 61 ailettes) pour les excitations transversale et longitudinale. Ces fonctions de transfert calculées sont comparées aux fonctions de transfert mesurées correspondantes, représentés en trait continu bleu.

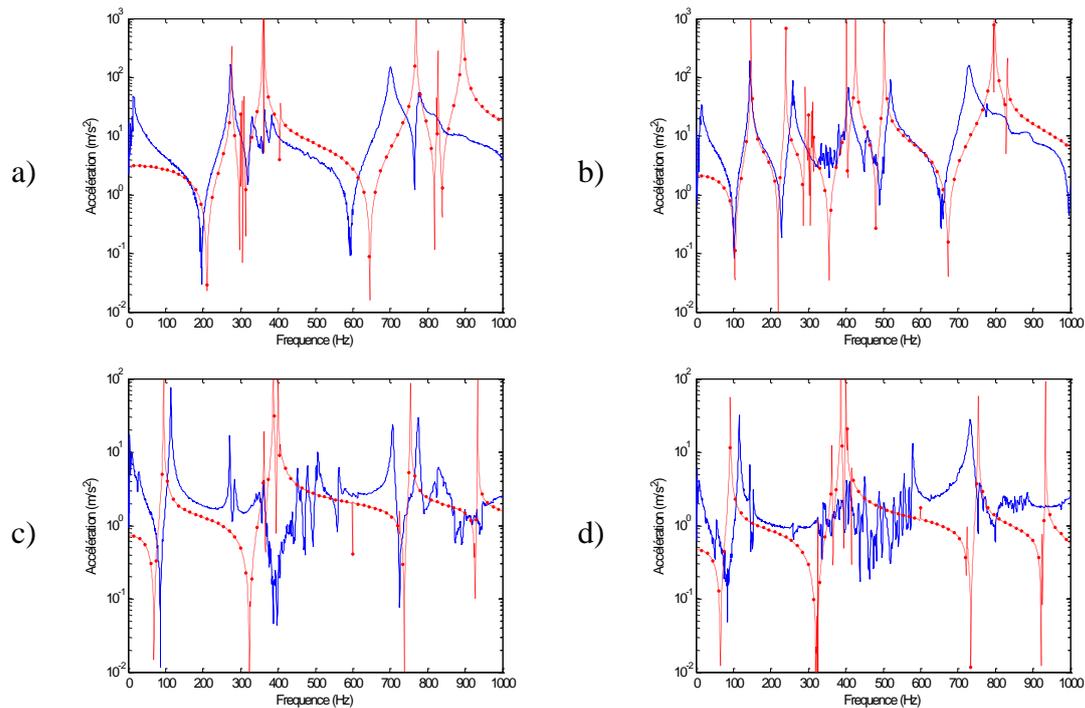


Figure 4.5. Fonctions de transfert vibratoires mesurées (—) et calculées avec l'approche périodique sans recalage (-.-.-) ; (a) excitation transversale et (c) longitudinale de la structure composée de 41 ailettes ; (b) excitation transversale et (d) longitudinale de la structure composée de 61 ailettes.

De manière générale, les courbes correspondant aux fonctions de transfert calculées sont proches des courbes mesurées. Cependant, des écarts en fréquence sont observables sur les pics, aussi bien pour l'excitation longitudinale que pour l'excitation transversale. Ces résultats confirment la nécessité de recalibrer le modèle numérique afin de se rapprocher au maximum du comportement de la structure expérimentale.

4.2.3. Recalage du modèle numérique

4.2.3.1. Méthodologie utilisée

Le recalage effectué consiste à faire correspondre au mieux les pics des fonctions de transfert calculées aux pics des fonctions de transfert mesurées en modifiant certains paramètres du modèle numérique. Seules les caractéristiques des matériaux constituant les tubes et les ailettes sont modifiées, la géométrie des éléments reste identique. Les modules d'Young des matériaux sont plus précisément concernés dans la mesure où ils

commandent la raideur du modèle. De l'amortissement doit également être introduit dans le modèle pour représenter au mieux le comportement d'une structure réelle.

Les propriétés des matériaux sont modifiées en exploitant les pistes fournies par l'étude vibratoire de l'assemblage d'ailettes et de tubes (Partie 2, paragraphe 2.3.2) :

- la modification du matériau constituant les tubes influe fortement sur l'allure de la réponse transversale par l'intermédiaire des modes dits « de tubes ». La réponse transversale est ainsi utilisée pour recalibrer le matériau des tubes. Les pics des fonctions de transfert calculées avec les paramètres standards (Figure 4.5a et b) apparaissent à des fréquences plus élevées que les pics des fonctions de transfert mesurées. Cela signifie que le module de Young des tubes doit être diminué.
- la modification du matériau constituant les ailettes a un fort impact sur l'allure de la réponse longitudinale puisque cette dernière comporte majoritairement des modes dits « d'ailettes ». La réponse longitudinale est donc utilisée pour recalibrer le matériau constituant les ailettes. Avec les paramètres standard (Figure 4.5c et d), les fonctions de transfert obtenues par le calcul sont décalées vers les basses fréquences, ce qui indique une raideur insuffisante ; le module de Young des ailettes doit être augmenté.

4.2.3.2. Structure composée de 41 ailettes

Les modules de Young des matériaux constituant les ailettes (aluminium) et les tubes (cuivre) sont respectivement augmentés et diminués afin d'obtenir des fonctions de transfert vibratoires similaires pour la structure composée de 41 ailettes. Après plusieurs calculs avec des valeurs différentes, les résultats les plus concordants sont obtenus pour un module de Young de 105 GPa (70 GPa par défaut) pour les ailettes et de 70 GPa (90 GPa par défaut) pour les tubes. Ces valeurs conduisent aux fonctions de transfert vibratoires représentées en trait discontinu rouge sur la Figure 4.6. Un module de Young de 70 GPa pour les tubes semble réaliste car le cuivre recuit est moins raide que le cuivre standard. En revanche, concernant les ailettes, un module de Young de 105 GPa paraît élevé pour de l'aluminium. Cette valeur importante peut s'expliquer par la difficulté à retranscrire parfaitement la rigidité de l'ailette, due aux différents bossages, dans le modèle numérique.

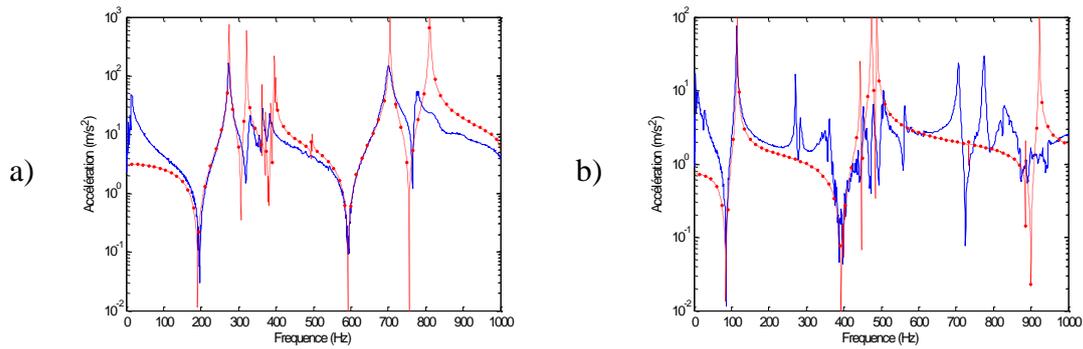


Figure 4.6. Fonctions de transfert vibratoires mesurées (—) et calculées (---•---) dans le cas de la structure composée de 41 ailettes après recalage du modèle ; (a) excitation transversale, (b) excitation longitudinale.

L'observation des résultats issus de la mesure et du calcul conduit à des constats différents selon l'excitation considérée. Dans le cas de l'excitation transversale (Figure 4.6a), tous les pics de la fonction de transfert mesurée sont retrouvés avec des fréquences similaires. En revanche, pour l'excitation longitudinale (Figure 4.6b), tous les pics de la réponse expérimentale ne sont pas retrouvés. Ce résultat peut s'expliquer par le fait que l'excitation n'est pas parfaitement longitudinale et que des composantes transversales peuvent être injectées. Pour mettre en évidence ce phénomène, les fonctions de transfert vibratoires mesurées transversalement et longitudinalement sont représentées simultanément pour les deux excitations sur la Figure 4.7.

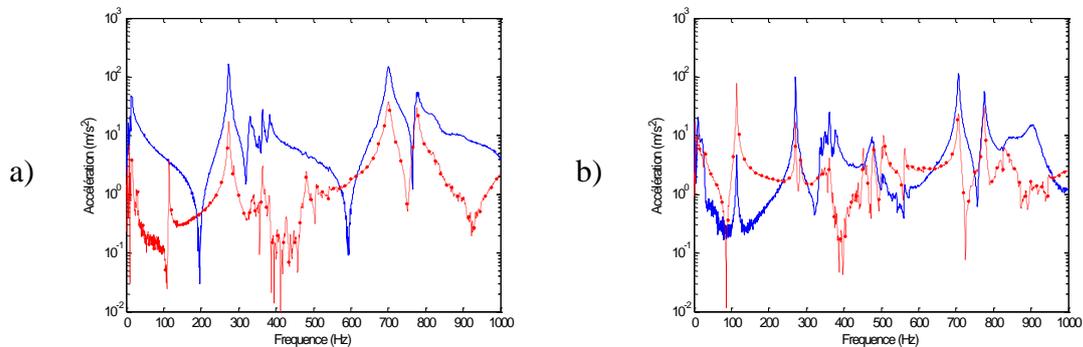


Figure 4.7. Fonctions de transfert mesurées transversalement (—) et longitudinalement (---•---) dans le cas de la structure composée de 41 ailettes ; (a) excitation transversale, (b) excitation longitudinale.

Lorsque la structure est excitée de façon transversale (Figure 4.7a), la réponse transversale (courbe —) est plus élevée que la réponse longitudinale (courbe ---•---), ce qui semble cohérent. En revanche, lorsque la structure est excitée longitudinalement (Figure 4.7b), la réponse transversale est de nouveau supérieure à la réponse longitudinale sur une bonne partie de la plage de fréquence. Cette observation confirme que le mouvement transversal de la structure parasite les mesures dans le cas de l'excitation longitudinale.

Sur la Figure 4.6, l'amplitude des pics des fonctions de transfert calculées n'est pas comparable à la mesure. Cette différence provient du fait que le modèle numérique ne

possède pas d'amortissement. Pour améliorer le recalage, de l'amortissement structurel a été introduit dans le modèle sous la forme d'un module de Young complexe :

$$\tilde{E} = (1 + j\eta)E \quad (4.1)$$

où η désigne le facteur de perte du matériau.

Plusieurs valeurs de facteur de perte ont été testées et il apparaît que la valeur $\eta = 0,01$ conduit à des amplitudes de pics comparables aux amplitudes mesurées. Cette valeur d'amortissement est supérieure aux valeurs généralement rencontrés pour les métaux (de l'ordre de 0,001), mais aucune explication pertinente ne peut être apportée. Les résultats obtenus avec cet amortissement sont présentés en Figure 4.8.

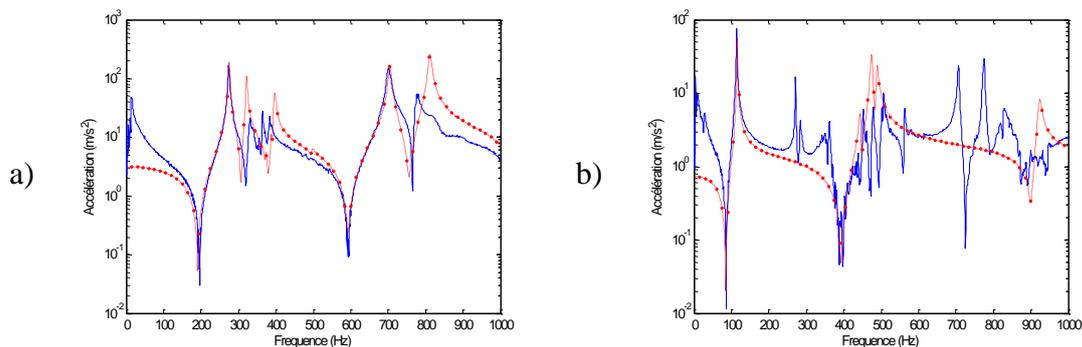


Figure 4.8. Fonctions de transfert vibratoires mesurées (—) et calculées (---) dans le cas de la structure composée de 41 ailettes après ajout d'amortissement dans le modèle ; (a) excitation transversale, (b) excitation longitudinale.

L'introduction d'amortissement dans le modèle numérique conduit à un lissage des courbes représentant les fonctions de transfert vibratoires de la structure périodique. Les amplitudes obtenues par le calcul sont désormais similaires aux amplitudes mesurées, ce qui achève le recalage du modèle numérique pour la structure composée de 41 ailettes.

Remarque : Lors des tous premiers calculs, la collerette permettant la liaison entre l'ailette et le tube n'avait pas été modélisée, ce qui conduisait à obtenir les résultats les plus concordants pour des modules de Young de 75 GPa pour les tubes et 240 GPa pour les ailettes. Cette dernière valeur est très élevée pour de l'aluminium, même surréaliste, ce qui démontre la nécessité de raidir artificiellement la structure lorsque la collerette n'est pas prise en compte. Bien que ses dimensions soient très faibles, cet élément est très important pour le comportement dynamique de l'ailette et donc de la structure totale.

4.2.3.3. Structure composée de 61 ailettes

Les paramètres matériaux optimaux identifiés précédemment, à savoir un module de Young de 105 GPa pour les ailettes et de 70 GPa pour les tubes, ainsi qu'un taux d'amortissement de 0,01, sont appliqués à la structure composée de 61 ailettes. Les résultats obtenus pour cette configuration sont présentés sur la Figure 4.9.

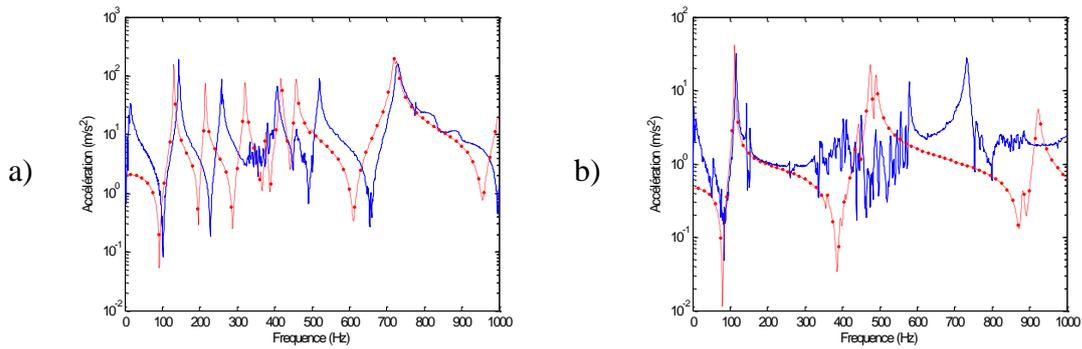


Figure 4.9. Fonctions de transfert vibratoires mesurées (—) et calculées (---) dans le cas de la structure composée de 61 ailettes avec les paramètres identiques à la structure de 41 ailettes ; (a) excitation transversale, (b) excitation longitudinale.

Les spectres ne correspondent pas aussi bien que pour la structure composée de 41 ailettes. De manière générale, pour les deux excitations, les pics des fonctions de transfert issues du calcul apparaissent à des fréquences plus basses que pour la mesure. Cette observation permet de déduire que les modules de Young des tubes et des ailettes doivent être augmentés. Après plusieurs modifications successives, les valeurs conduisant aux résultats les plus concordants sont un module de Young de 115 GPa pour les ailettes et un module de Young de 85 GPa pour les tubes. Les résultats correspondants sont présentés sur la Figure 4.10.

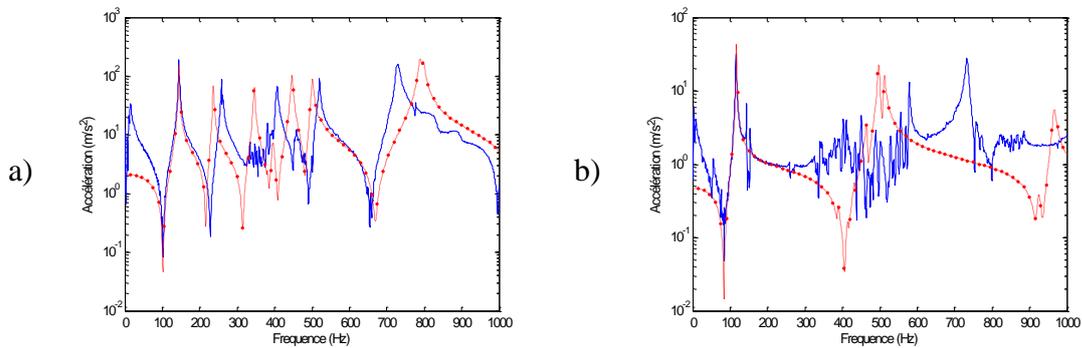


Figure 4.10. Fonctions de transfert vibratoires mesurées (—) et calculées (---) dans le cas de la structure composée de 61 ailettes avec les paramètres optimaux ; (a) excitation transversale, (b) excitation longitudinale.

Avec ces nouvelles valeurs, les spectres calculés coïncident davantage avec les spectres mesurés que sur la Figure 4.9. L'ensemble des pics est retrouvé avec une amplitude comparable pour l'excitation transversale tandis que les courbes correspondant à l'excitation longitudinale montrent une nouvelle fois l'impact négatif des mouvements parasites de la structure sur sa réponse.

Au final, bien que les ailettes et les tubes soient identiques pour les deux structures, les paramètres utilisés pour le recalage sont différents. Cette particularité met en avant la disparité entre deux structures malgré l'utilisation de tubes et d'ailettes identiques, et donc l'inhomogénéité des structures expérimentales considérées, probablement au niveau de la qualité du contact tube-ailette et de la régularité d'espacement entre les ailettes.

4.3. Étude acoustique

La seconde partie de la validation expérimentale est consacrée au rayonnement acoustique des batteries à ailettes considérées, composées de 41 et 61 ailettes. Le matériel ainsi que les différentes mesures réalisées sont détaillés. L'environnement de mesure est particulièrement analysé puis les résultats obtenus avec l'approche périodique sont comparés aux mesures. Les différents calculs numériques présentés dans ce paragraphe sont réalisés avec la configuration optimale identifiée lors du recalage pour chacune des structures.

4.3.1. Mesures réalisées

Les mesures acoustiques réalisées se composent de fonctions de transfert entre la pression acoustique mesurée par un microphone à proximité de la structure et l'effort injecté à la structure mesuré avec un capteur de force. La structure est excitée au niveau de l'extrémité d'un tube à l'aide d'un pot vibrant. Le couplage entre le pot vibrant et la structure est détaillé sur la Figure 4.11, où les différents éléments sont repérés. A cause de la faible surface disponible, il s'avère difficile de fixer directement la tige du pot vibrant sur le tube. Le couplage est donc réalisé via une platine de couplage pouvant pivoter de 90 degrés, ce qui permet d'exciter le tube de façon transversale ou longitudinale. Ce montage contraint cependant à décaler l'axe d'excitation dans le cas longitudinal.

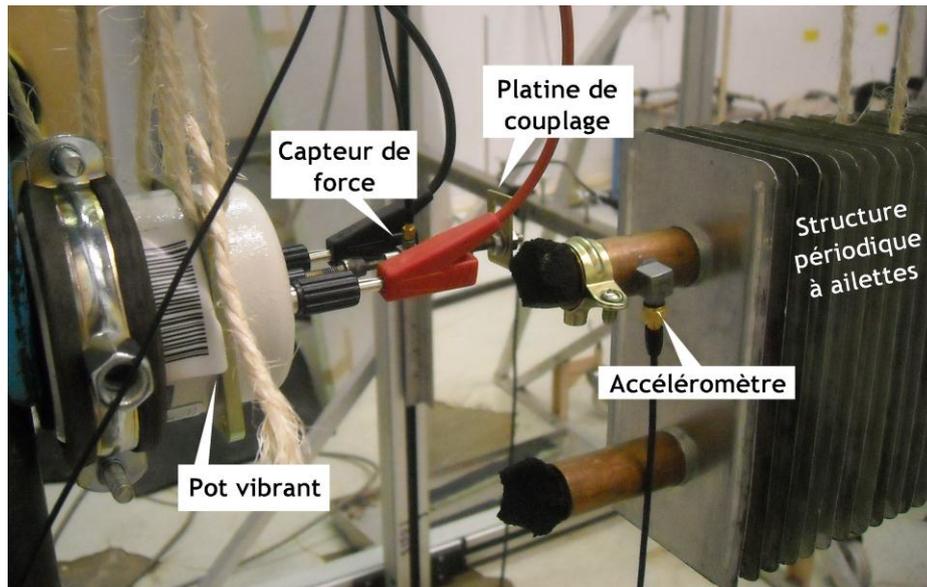


Figure 4.11. Couplage entre le pot vibrant et la structure.

Le microphone est fixé sur le bras du robot de mesure comme présenté en Figure 4.12.

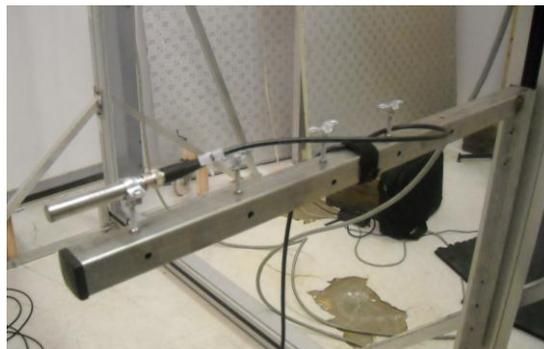


Figure 4.12. Montage du microphone sur le robot de mesure.

Les mesures de pression acoustique sont réalisées sur un plan de mesure afin d'établir des cartographies, images représentatives du rayonnement de la structure. Ce plan de mesure est perpendiculaire aux ailettes, comme indiqué sur la Figure 4.13, et situé à 500 mm de la structure.

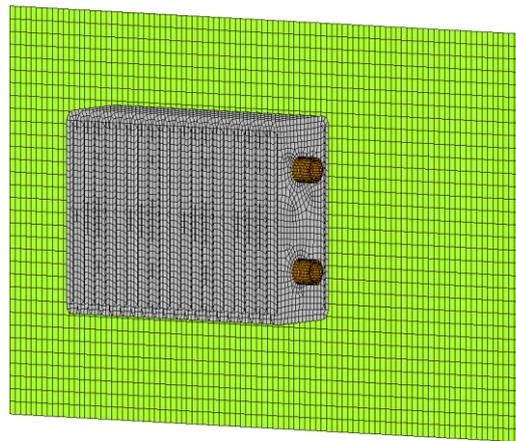


Figure 4.13. Position du plan de mesure.

Les points de mesure acoustique sont espacés de 10 mm, aussi bien sur l'axe horizontal que sur l'axe vertical. La longueur des deux structures (41 et 61 ailettes) étant différente, la dimension des plans de mesure, représentés en Figure 4.14, est différente afin de garantir une couverture suffisante des structures sans augmenter de façon importante le nombre total de points de mesure, limité à 2000 par le logiciel d'acquisition. Les deux plans de mesure utilisés sont représentés sur la Figure 4.14. La projection de la structure sur le plan de mesure est matérialisée par un cadre blanc.

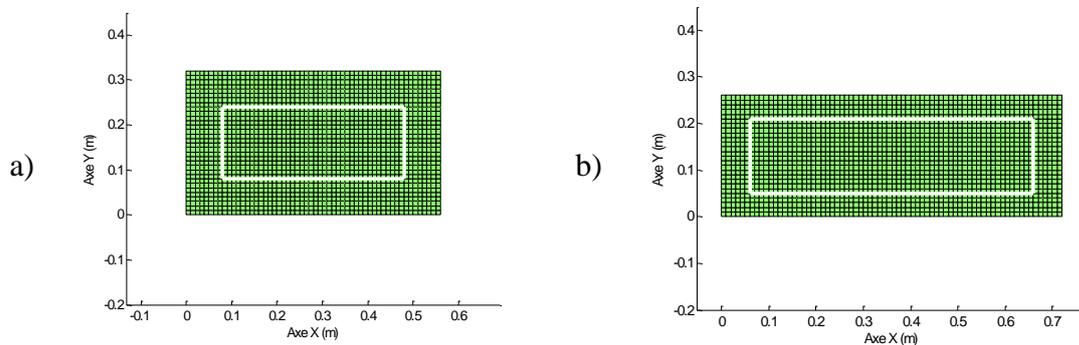


Figure 4.14. Détail des plans de mesure pour les structures composées de 41 ailettes (a) et de 61 ailettes (b).

Les dimensions ainsi que le nombre de points des plans de mesure utilisés sont détaillés dans le Tableau 4.1 pour les deux structures considérées (avec une maille de 10 mm de côté).

	Structure de 41 ailettes	Structure de 61 ailettes
Largeur	560 mm	720 mm
Hauteur	320 mm	260 mm
Nombre de points	1881	1971

Tableau 4.1. Dimensions des plans de mesures utilisés.

Le nombre important de points de mesure de pression acoustique nécessite l'utilisation d'un robot. La durée de la mesure reste toutefois importante avec un temps total d'acquisition d'environ 10 heures.

4.3.2. Environnement de mesure

Les mesures devaient initialement se dérouler dans l'ambiance calme d'une salle semi-anéchoïque du CETIAT. Malheureusement, les dimensions du robot sont plus importantes que celles de la porte d'accès à la salle, ce qui empêche l'utilisation de celle-ci. Les mesures ont donc été effectuées dans une salle destinée habituellement aux essais de machines frigorifiques. Les parois de cette salle sont cependant traitées avec du matériau absorbant, comme illustré en Figure 4.15, garantissant des conditions de mesures correctes, en particulier une assez faible réverbération.



Figure 4.15. Aperçu des parois traitées de la salle utilisée pour les mesures acoustiques.

La qualité de l'environnement de mesure est contrôlée en comparant le niveau du bruit de fond à un niveau typique de mesure. Le bruit de fond mesuré dans deux configurations, robot en fonctionnement ou non, est représenté sur la Figure 4.16.

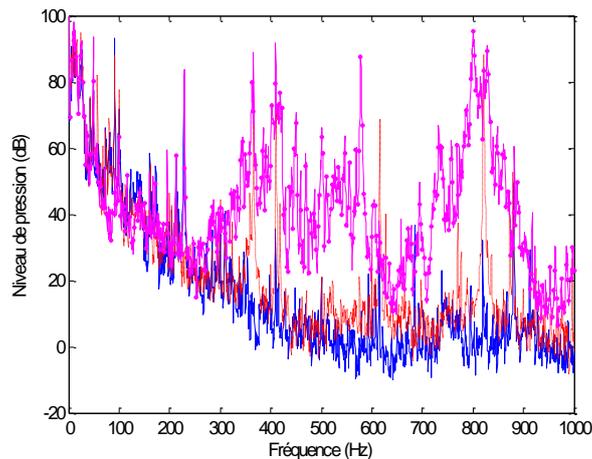


Figure 4.16. Comparaison du bruit de fond, sans (—) et avec (---) fonctionnement du robot, avec le niveau de pression mesuré lorsque la structure est excitée (—●—).

En dessous de 250 Hz, les mesures sont inexploitable car le niveau de pression acoustique mesuré lorsque la structure est excitée (courbe —●— sur la Figure 4.16) est du même ordre de grandeur que le bruit de fond (courbe --- ou —). Pour les fréquences supérieures, les mesures sont globalement exploitables, sauf à certaines fréquences pour lesquelles le bruit de fond est comparable voire supérieur à la mesure. La comparaison du bruit de fond avec et sans fonctionnement du robot (courbes --- et —) montre que le bruit de fond à ces fréquences est majoritairement dû au robot, et plus particulièrement à son boîtier de commande où les différents composants électroniques sont refroidis par des ventilateurs. La faible longueur des câbles électriques impose cependant de disposer le boîtier de commande à proximité du robot dans la salle de mesure. Des matériaux absorbants de type mousse ont été disposés autour du boîtier pour atténuer au maximum son bruit parasite.

Aux fréquences exploitables, les mesures réalisées permettent d'obtenir des cartographies en pression acoustique, dont un exemple est présenté en Figure 4.17.

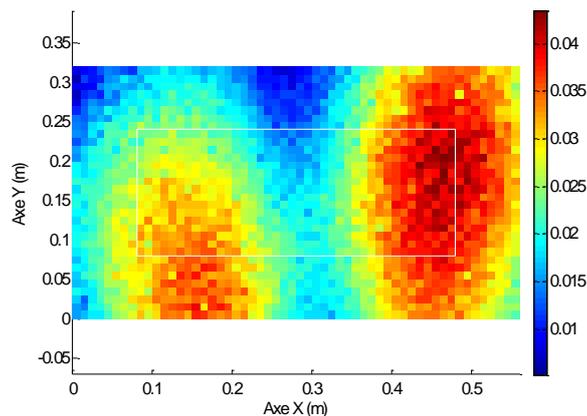


Figure 4.17. Exemple de fonction de transfert acoustique à 780 Hz.

Les champs de pression obtenus permettent de distinguer aisément des minimas et des maximas de pression. Ces mesures seront comparées aux résultats acoustiques calculés avec l'approche périodique.

4.3.3. Comparaison des résultats acoustiques

Après recalage, les modèles numériques possèdent un comportement dynamique proche de celui des structures expérimentales. Les résultats acoustiques obtenus à partir de l'approche périodique peuvent alors être comparés aux mesures. Les calculs ont été effectués avec un pas fréquentiel de 5 Hz bien que les mesures soient disponibles pour chaque hertz. Cette réduction s'est avérée nécessaire car la réalisation des calculs avec une précision plus fine génère une importante quantité de données (plusieurs dizaines de Go). La différence de précision entre le calcul et la mesure empêche d'observer de façon précise certaines fréquences particulières (les pics des fonctions de transfert vibratoires par exemple). Les résultats présentés ci-après correspondent donc aux fréquences les plus proches de points particuliers des fonctions de transfert vibratoires. Les deux excitations (transversale et longitudinale) sont considérées pour les structures composées de 41 et 61 ailettes.

4.3.3.1. Structure composée de 41 ailettes

4.3.3.1.1. Excitation transversale

Les résultats correspondant à l'excitation transversale de la structure composée de 41 ailettes sont regroupés sur la Figure 4.19 pour quatre fréquences : 320, 445, 700 et 810 Hz. Les champs de pression sont exprimés en Pascal (Pa) et le rectangle blanc représente la projection de la structure sur le plan de mesure. La Figure 4.18 représente les fonctions de transfert vibratoires mesurée (—) et obtenue par le calcul avec l'approche périodique après recalage (---). Les fréquences considérées sont repérées par un ● pour la mesure et par un ■ pour le calcul. Les lettres situées à proximité des symboles désignent les champs de pression correspondants sur la Figure 4.19 : a, c, e et g pour la mesure, et b, d, f, h pour le calcul.

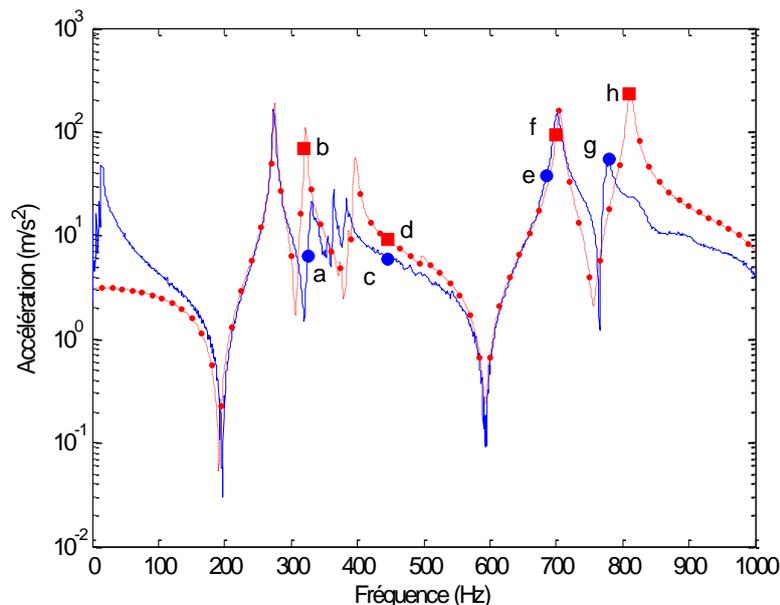


Figure 4.18. Fonctions de transfert vibratoires mesurée (—) et calculée (---) avec indication des points de comparaison des résultats acoustiques, 320, 445, 700 et 810 Hz, dans le cas de l'excitation transversale de la structure composée de 41 ailettes.

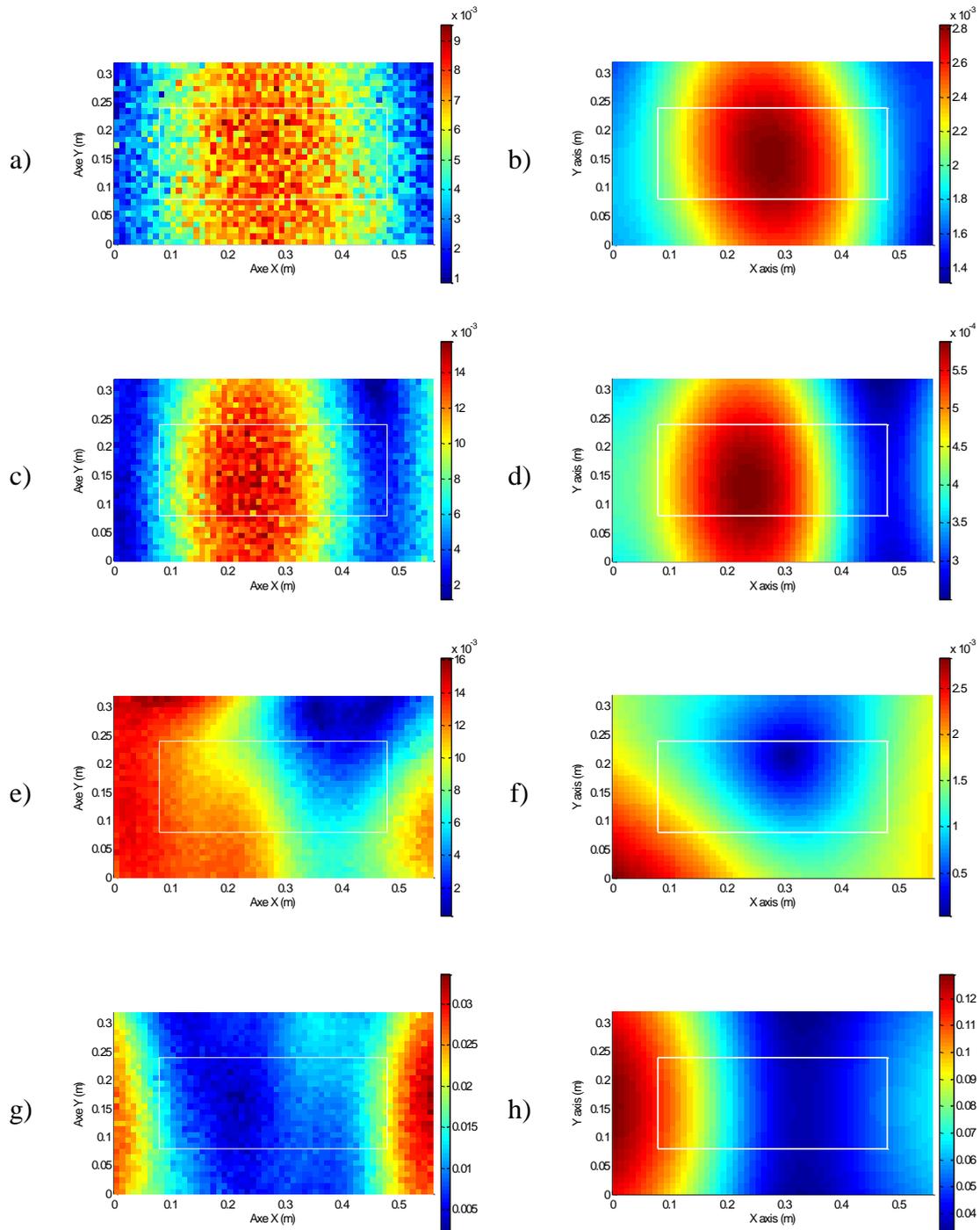


Figure 4.19. Comparaison des résultats acoustiques à 320, 445, 700 et 810 Hz dans le cas de l'excitation transversale de la structure composée de 41 ailettes ; (a, c, e et g) champs de pression acoustique mesurés, (b, d, f et h) champs de pression acoustique calculés.

La majorité des résultats présentés correspondent à des pics de la fonction de transfert vibratoire. À ces fréquences, l'allure des champs de pression calculés avec l'approche périodique est similaire à celle des champs de pression mesurés. Des écarts d'amplitude non négligeables sont cependant observables. Il faut noter que les champs de pression

acoustique sont représentés en Pascal, et qu'exprimés en dB les écarts sont compris entre 10 et 15 dB, ce qui reste acceptable pour une comparaison entre des résultats purement numériques et des résultats expérimentaux. De plus, la difficulté à représenter précisément l'environnement de mesure (bruit de fond, salle non parfaitement anéchoïque) lors du calcul acoustique ainsi que les défauts de périodicité de la structure peuvent aisément être invoqués.

Les Figure 4.19c et Figure 4.19d ne correspondent pas à un pic de la fonction de transfert mais la similarité entre les champs de pression mesuré et calculé montre que l'approche périodique peut fournir des résultats réalistes à toutes les fréquences.

4.3.3.1.2. *Excitation longitudinale*

La Figure 4.20 compare les résultats acoustiques dans le cas de l'excitation longitudinale de la structure composée de 41 ailettes. La légende est identique à celle utilisée précédemment pour l'excitation transversale bien que les fréquences considérées soient différentes (340, 400, 475 et 925 Hz).

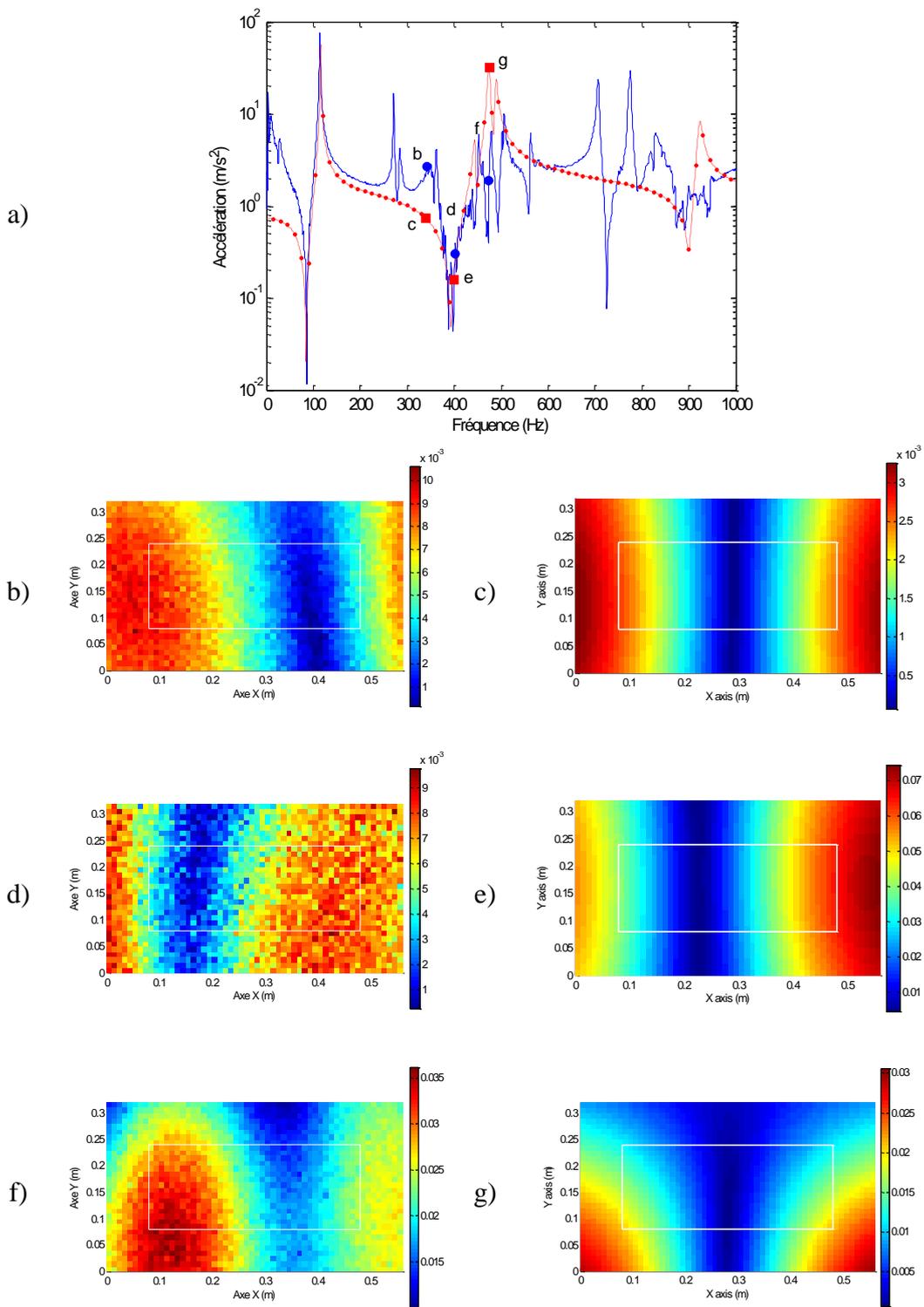


Figure 4.20. Comparaison à 340, 400, 475 et 925 Hz pour l'excitation longitudinale de la structure composée de 41 ailettes ; (a) fonctions de transfert vibratoires mesuré (—) et calculé (---) ; (b, d, et f) champs de pression acoustique mesurés, (c, e, et g) champs de pression calculés.

Le nombre de points de comparaison est plus restreint que pour l'excitation transversale car les fonctions de transfert vibratoires possèdent moins de pics communs. Les

résultats présentés en Figure 4.20 montrent aussi des similarités entre les champs de pression mesurés et calculés à des fréquences identiques. Les différences d'amplitudes relevées pour l'excitation transversale se retrouvent également pour l'excitation longitudinale, bien que les écarts soient maintenant compris entre 5 et 15 dB.

4.3.3.2. Structure composée de 61 ailettes

Les résultats acoustiques sont maintenant comparés pour la batterie composée de 61 ailettes. La méthodologie ainsi que la légende des figures sont identiques à celles utilisées pour la structure comprenant 41 ailettes.

4.3.3.2.1. Excitation transversale

La Figure 4.22 regroupe les résultats acoustiques correspondants à l'excitation transversale de la structure composée de 61 ailettes. Les fréquences considérées sont 445, 480, 500, 655 et 790 Hz. La Figure 4.21 représente les fonctions de transfert vibratoires mesurée (—) et obtenue par le calcul avec l'approche périodique après recalage (---). Les fréquences considérées sont repérées par un ● pour la mesure et par un ■ pour le calcul. Les lettres situées à proximité des symboles désignent les champs de pression correspondants sur la Figure 4.22.

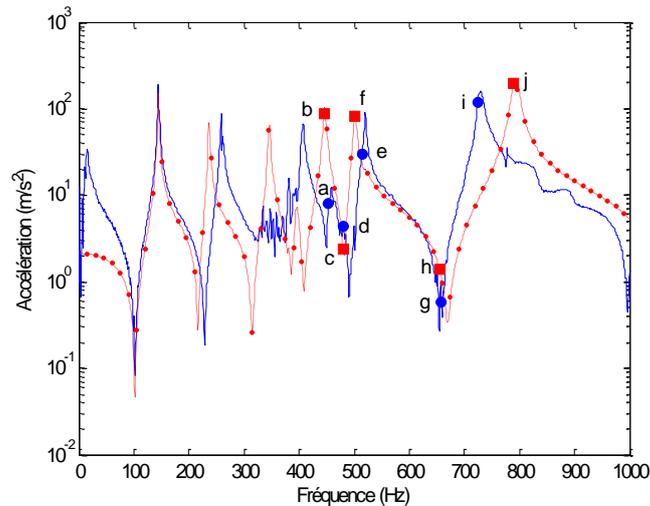


Figure 4.21. Fonctions de transfert vibratoires mesurée (—) et calculée (---) avec indication des points de comparaison des résultats acoustiques, 445, 480, 500, 655 et 790 Hz, dans le cas de l'excitation transversale de la structure composée de 61 ailettes.

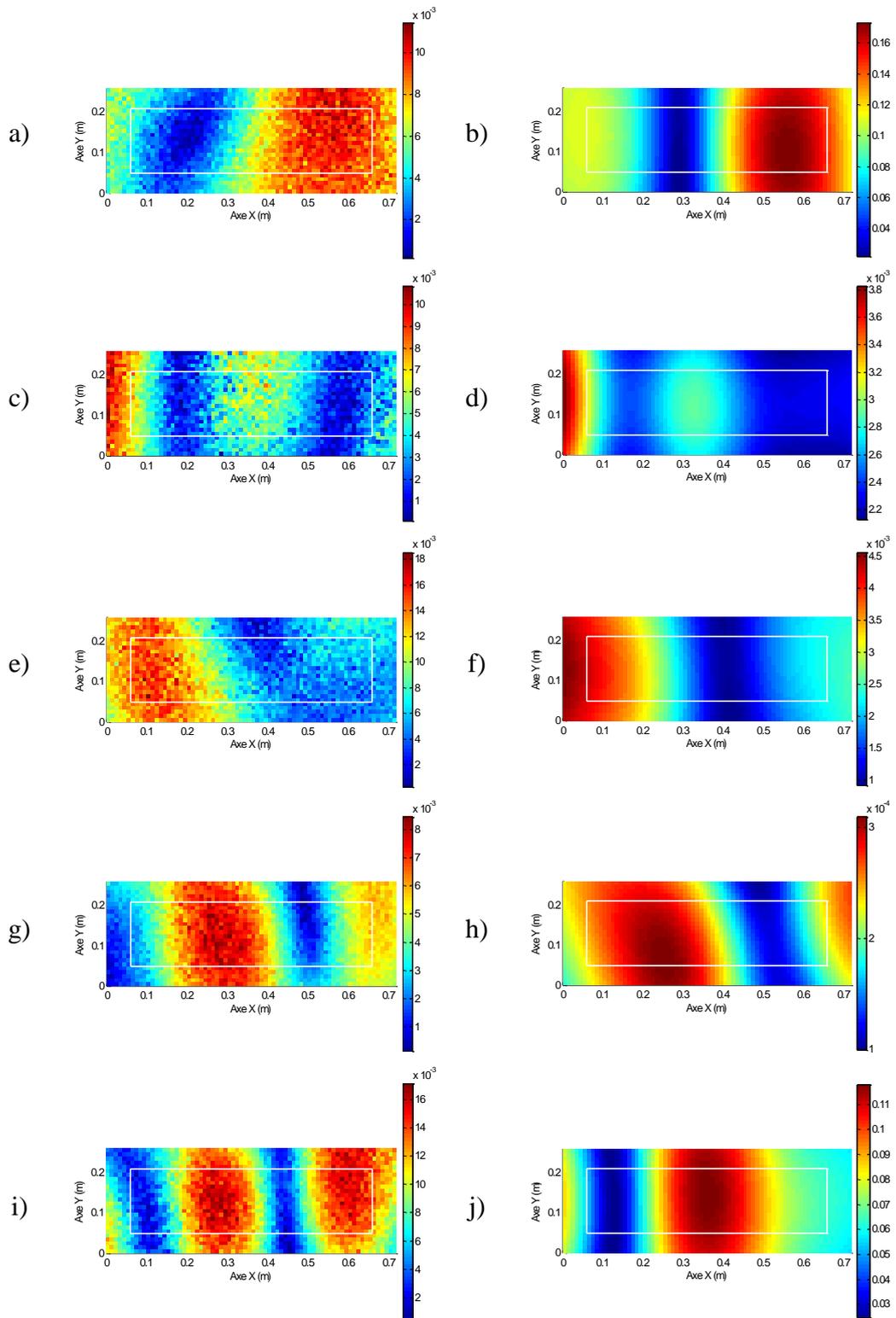


Figure 4.22. Comparaison des résultats acoustiques à 445, 480, 500, 655 et 790 Hz pour l'excitation transversale de la structure composée de 61 ailettes ;
 (a, c, e, g et i) champs de pression mesurés, (b, d, f, h et j) champs de pression calculés.

Le nombre plus élevé de pics sur les fonctions de transfert vibratoires permet de montrer plus de résultats que dans le cas de la structure composée de 41 ailettes. Les résultats présentés en Figure 4.22 correspondent aussi bien à des pics² qu'à des anti-pics de la fonction de transfert. Globalement, aux fréquences considérées, les champs de pression calculés ont une allure similaire aux champs de pression mesurés. Ce constat démontre la pertinence des résultats fournis par l'approche périodique, en particulier aux modes propres de la structure. En revanche, les amplitudes calculées ne correspondent pas aux amplitudes mesurées, les écarts étant compris entre 5 et 20 dB. Cette précision reste toutefois acceptable dans le cadre d'une comparaison entre des résultats théoriques et des mesures expérimentales.

4.3.3.2.2. *Excitation longitudinale*

La dernière configuration considérée est l'excitation longitudinale de la structure constituée de 61 ailettes dont les résultats sont présentés en Figure 4.23 pour deux fréquences : 305 et 420 Hz.

² La fréquence n'est pas toujours identique pour la mesure et pour le calcul afin de tenir compte de l'écart entre les fonctions de transfert vibratoires.

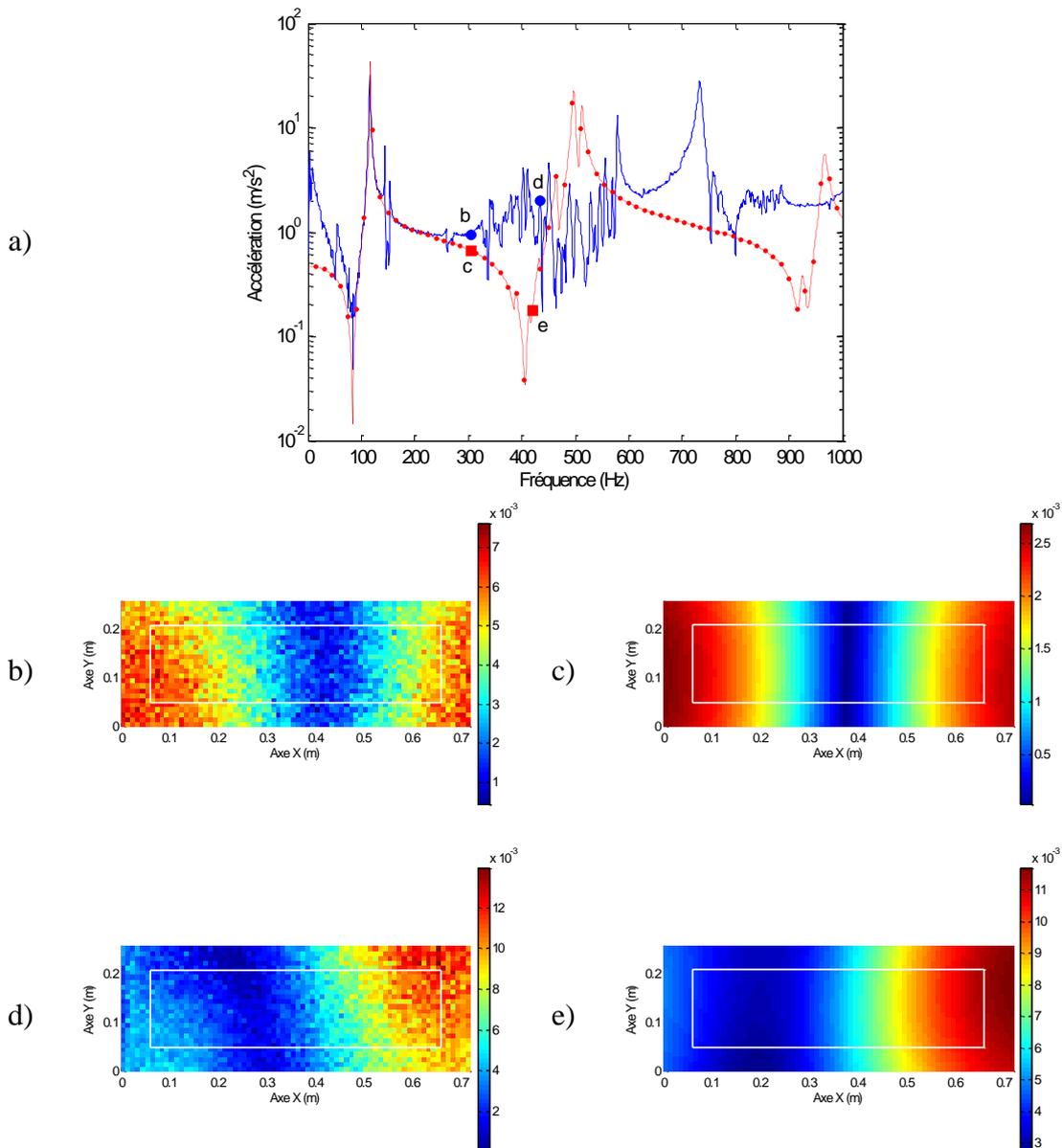


Figure 4.23. Comparaison à 305 et 420 Hz pour l'excitation longitudinale de la structure composée de 61 ailettes ; (a) fonctions de transfert vibratoire mesuré (—) et calculé (---•---) ; (b et d) champs de pression acoustique mesurés, (c et e) champs de pression acoustique calculés.

Dans le cas de l'excitation longitudinale pour la structure de 61 ailettes, les résultats sont plus mitigés que pour les autres configurations. Pour plusieurs fréquences, notamment celles présentées en Figure 4.23, les champs de pression obtenus par le calcul sont similaires aux champs de pression mesurés. Les allures sont comparables et les amplitudes sont très proches, avec des écarts inférieurs à 10 dB. Cependant, pour une bonne partie de la plage de fréquences, les résultats ne coïncident pas. Cette mauvaise corrélation peut s'expliquer par la différence entre la fonction de transfert vibratoire calculée et celle issue de la mesure.

4.4. Conclusions

Ce chapitre a présenté un aspect important de cette thèse, à savoir une campagne expérimentale destinée à valider l'approche périodique pour des structures réelles. La conception de la structure expérimentale a connu quelques difficultés, mais finalement une structure sous forme de deux variantes, 41 ailettes et 61 ailettes, a servi de support aux expériences. Ces structures ne sont pas parfaitement conformes aux exigences initiales, en particulier sur la régularité d'espacement des ailettes et leur couplage avec les tubes. Des mesures vibratoires et acoustiques ont été réalisées sous forme de fonctions de transfert et de plan de pression acoustique. Avant tout, le modèle numérique représentant ces structures réelles a dû être recalé afin de disposer d'un comportement dynamique similaire à celui des structures expérimentales. Les paramètres matériaux des tubes et des ailettes ont été modifiés en utilisant les pistes fournies dans la partie consacrée à la modélisation vibratoire. Après recalage, les réponses vibratoires du modèle numérique correspondent de manière satisfaisante aux résultats issus des mesures.

L'étape suivante a consisté à comparer les résultats acoustiques obtenus numériquement aux mesures effectuées. Une fois les problèmes de mise en œuvre et d'environnement identifiés, des comparaisons satisfaisantes ont pu être menées, validant en plusieurs points l'approche expérimentale. Des différences d'amplitudes demeurent toutefois, mais restent acceptables dans le cadre d'une comparaison entre des résultats purement numériques et des données expérimentales. La réduction de ces écarts nécessiterait une meilleure modélisation de l'environnement dans lesquelles ont été réalisées les mesures ainsi qu'une amélioration de la périodicité de la structure réelle (ce qui illustre bien le fait que les structures industrielles sont rarement, voire jamais, parfaitement périodiques).

Conclusion et perspectives

L'objectif principal de cette thèse est de pouvoir prédire le bruit rayonné par une batterie à ailettes. Il s'agit d'une structure composée d'un très grand nombre d'ailettes parallèles couplées par des tubes dont la fonction première est d'assurer des échanges thermiques entre l'air et un fluide caloporteur. L'étude du comportement vibroacoustique de cette structure a été très peu traitée jusqu'à présent dans la littérature et son étude se heurte à un verrou technologique : le calcul numérique de la structure complète à l'aide d'outils standards (FEM et BEM) est impossible à réaliser à cause des temps de calculs extrêmement longs qu'il nécessite. Ainsi, il est proposé d'exploiter la périodicité de la structure pour modéliser le comportement vibroacoustique de la batterie complète à partir d'un seul élément unitaire, le nombre d'ailettes ne devenant qu'un paramètre. La majeure partie de cette thèse est donc consacrée au développement d'une approche permettant de calculer le rayonnement acoustique d'une structure périodique multi-couplée de dimension finie.

Les travaux traitant des structures périodiques ont fourni une approche permettant de décrire le comportement vibratoire d'une batterie à ailettes. Cette approche a ensuite été exploitée afin de développer une modélisation acoustique innovante. La formulation utilisée permet de décrire le passage d'une perturbation vibratoire à travers un élément unitaire sous la forme d'une décomposition en ondes, l'avantage majeur de cette décomposition étant de permettre les calculs vibratoires et acoustiques de chaque onde séparément. La déformée de la structure complète est ainsi obtenue à partir des déformées de l'élément unitaire pour chaque onde, obtenues par Éléments Finis (FEM).

Au niveau du rayonnement acoustique, la dimension finie de la structure ne permet pas de considérer le champ de pression comme périodique. La structure complète est alors reconstruite en superposant les champs de pression acoustique issus de l'élément unitaire acoustique, calculés pour chaque onde par un calcul Éléments Finis de Frontière (BEM), dans lequel les déplacements sont introduits comme conditions aux limites. Dans cette approche, la définition de l'élément unitaire acoustique représente un point clé. Il doit notamment prendre en compte les effets de son environnement proche. Dans le cas de la batterie à ailettes, cela se traduit par l'ajout de baffles acoustiques de part et d'autre de l'ailette vibrante, simulant les ailettes adjacentes. Il a été démontré que ne pas prendre en compte ces baffles conduit à des résultats non réalistes.

La validation de la présente approche s'est faite en deux temps, tout d'abord sous forme d'une validation numérique en comparant les résultats obtenus à un calcul vibroacoustique d'une structure complète mais ne comportant qu'une vingtaine d'ailettes du fait des temps de calcul très longs pour la structure complète de référence. Les résultats vibratoires et acoustiques sont similaires sur l'ensemble de la plage de fréquence avec un effort de calcul largement inférieur. L'approche périodique s'avère donc pertinente pour prédire le bruit d'une batterie à ailettes à partir d'un seul élément unitaire.

Ensuite, l'approche périodique a été confrontée à une validation expérimentale basée sur une structure réelle possédant un nombre d'ailettes plus élevé. Les mesures vibratoires réalisées correspondent aux fonctions de transfert tandis que les mesures acoustiques se composent de cartographies de pression. Un recalage du modèle numérique a été effectué afin de faire correspondre au mieux les fonctions de transfert vibratoires calculées aux mesures. Du point de vue acoustique, les cartographies de pression acoustique présentent des allures similaires bien qu'il subsiste des différences d'amplitudes imputables aux conditions réelles de mesure, difficilement modélisables numériquement. Ces résultats sont satisfaisants et démontrent à nouveau la pertinence de l'approche périodique développée, tant dans sa capacité à prédire le bruit rayonné que dans son effort raisonnable de temps de calcul.

Il faut noter que l'approche périodique développée est basée sur une formulation mixte numérique-analytique. Le choix a été fait de ne pas reprogrammer les méthodes existantes mais d'utiliser les possibilités des logiciels FEM et BEM du commerce. Une interface avec ces logiciels a été réalisée pour générer les fichiers de calcul et surtout pour traiter l'ensemble des résultats. L'utilisation de logiciels FEM et BEM standards permet de traiter des ailettes de forme quelconque et ainsi d'appliquer l'approche périodique à d'autres types de structure (structures raidies, rails, etc.). Cette extension est cependant conditionnée par la possibilité d'identifier un élément unitaire acoustique pour la structure considérée.

Un autre objectif de cette thèse est de parvenir à une meilleure compréhension des phénomènes vibroacoustiques liés à la périodicité de la batterie à ailettes. La décomposition en ondes, et plus particulièrement l'observation des constantes de propagation (zones de propagation et d'atténuation), permet d'identifier les ondes qui vont se propager dans l'ensemble de la structure. L'approche périodique utilisée permet ainsi une vision succincte du comportement vibratoire d'une structure périodique sur l'ensemble de la plage de fréquences.

Malgré sa capacité à fournir des résultats réalistes, l'approche développée présente certaines limites. Tout d'abord, le problème principal inhérent à l'étude de structures

périodiques est le traitement de l'apériodicité, une structure réelle n'étant jamais parfaitement périodique. Ce problème a été mis en évidence sur la structure expérimentale qui présente des défauts d'écartement entre les ailettes. Malgré cela, les résultats obtenus restent très satisfaisants. L'influence de l'apériodicité sur le rayonnement acoustique a par ailleurs été étudiée en faisant rayonner une structure composée de 20 ailettes présentant un décalage aléatoire (10-20%) par rapport à leur position normale. La puissance acoustique rayonnée par cette structure est comparée à son équivalente périodique sur la Figure C. 1a, l'écart entre ces deux grandeurs étant présenté en Figure C. 1b.

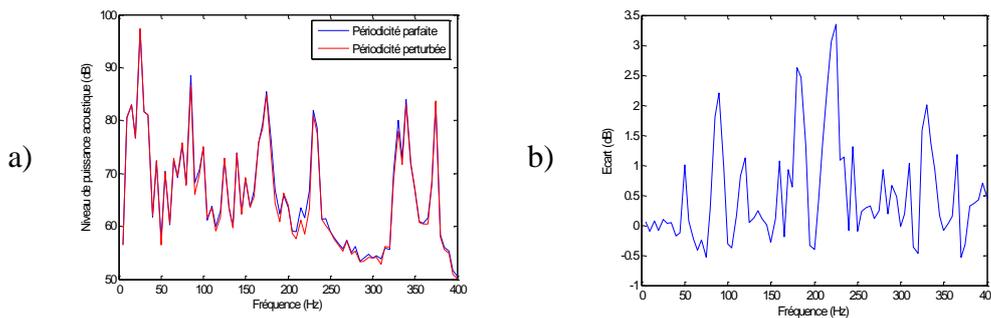


Figure C. 1. Influence de l'apériodicité sur la puissance acoustique rayonnée.

Les résultats obtenus sont très proches des résultats issus de la configuration périodique (écart moyen de 0,6 dB ; écart maximal de 3,4 dB), ce qui permet de considérer l'influence d'une telle apériodicité comme faible sur la batterie à ailettes.

La seconde limite de l'approche périodique réside dans le type de batterie à ailettes pris en compte. Dans le cas d'une batterie à ailettes standard, le nombre d'ailettes est plus important que le nombre de tubes et l'approche présentée s'avère très efficace puisque les temps de calcul ne sont pas dépendants du nombre d'ailettes composants la structure mais du nombre de couplages entre les éléments unitaires, ici le nombre de tubes. Cependant, pour des batteries à ailettes de grande taille, le nombre de tubes peut devenir important (une cinquantaine) et donc conduire à des temps de calcul beaucoup plus élevés.

Grâce au travail réalisé, des perspectives à court et à long terme peuvent être envisagées. Tout d'abord, l'approche périodique développée au cours de cette thèse sera appliquée à des cas industriels dans le cadre d'un travail post-doctoral. Il s'agit de trouver des pistes pour minimiser le bruit rayonné par ces structures, sous forme d'une étude paramétrique sur les matériaux et les dimensions de la batterie. Cette étude devrait permettre de prédire les évolutions du comportement vibroacoustique de la batterie à ailettes et ainsi trouver un optimum en termes de bruit maximal rayonné.

Le comportement de la batterie à ailettes seule a été étudié dans cette thèse. Dans des conditions normales de fonctionnement, du fluide caloporteur à l'état principalement gazeux circule à l'intérieur des tubes et un flux d'air généré par un ventilateur est dirigé sur la batterie à ailettes. Le fluide transmet notamment les pulsations de pression provenant du compresseur situé en aval de la batterie à ailettes. Ces éléments doivent être pris en compte pour une meilleure prévision du bruit généré par le système. L'intégration de tous ces paramètres rend cependant le problème très complexe à traiter

car il est alors nécessaire de faire appel à plusieurs domaines scientifiques tels que l'aéroacoustique ou la mécanique des fluides.

Références

- [Ben89] M. S. Bennett, *Free wave propagation in orthogonally stiffened cylinders*, University of Connecticut, 1989.
- [Bla01] A. Blanc, *Control of sound radiation from structures with periodic smart skins*, Thèse, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2001.
- [Ble86] R. D. Blevins, *Acoustic modes of heat-exchanger tube bundles*, Journal of Sound and Vibration, 109 (1), 1986, pp. 19-31.
- [Bri46] L. Brillouin, *Wave propagation in periodic structures*, 1946, New York, McGraw-Hill.
- [Duh06] D. Duhamel, B. R. Mace et M. J. Brennan, *Finite element analysis of the vibrations of waveguides and periodic structures*, Journal of Sound and Vibration, 294 (2006), pp. 205-220.
- [Fit85] J.A. Fitzpatrick, *The prediction of flow-induced noise in heat-exchanger tube arrays*, Journal of Sound and Vibration, 99 (3), 1985, pp. 425-435.
- [Gry97] L. Gry et C. Gontier, *Dynamic modelling of railway track: A periodic model based on a generalized beam formulation*, Journal of Sound and Vibration, 199(4), 1997, pp. 531-558.

- [Hla90] A.C. Hladky, *Application de la méthode des éléments finis à la modélisation de structures périodiques utilisées en acoustique*, Thèse, Université des Sciences et Techniques de Lille, 1990.
- [Lan97] R. S. Langley, N. S. Bardell et P. M. Loasby, *The optimal design of near-periodic structures to minimize vibration transmission and stress levels*, Journal of Sound and Vibration 207(5), 1997, pp. 627-646.
- [Mac80a] B. R. Mace, *Sound radiation from a plate reinforced by two sets of parallel stiffeners*, Journal of Sound and Vibration 71(3), 1980, pp. 435-441.
- [Mac80b] B. R. Mace, *Periodically stiffened fluid-loaded plates, I: Response to convected harmonic pressure and free wave propagation*, Journal of Sound and Vibration, 73(4), 1980, pp. 473-486.
- [Mac05] B. R. Mace, D. Duhamel, M. J. Brennan, L. Hinke, *Finite element prediction of wave motion in structural waveguides*, Journal of the Acoustical Society of America, 117(5), 2005, pp. 2835-2843.
- [Max08] L. Maxit, *Wavenumber space and physical space responses of a periodically ribbed plate to a point drive: A discrete approach*, Applied Acoustics (2008), doi:10.1016/j.apacoust.2008.06.012.
- [Mea70] D. J. Mead, *Free wave propagation in periodically supported, infinite beams*, Journal of Sound and Vibration 11(2), 1970, pp. 181-197.
- [Mea71] D. J. Mead and K. K. Pujara, *Space-harmonic analysis of periodically supported beams: response to convected random loading*, Journal of Sound and Vibration 14(4), 1971, pp. 525-541.
- [Mea75a] D. J. Mead, *Wave propagation and natural modes in periodic systems: I. mono-coupled systems*, Journal of Sound and Vibration, 40(1), 1975, pp. 1-18.
- [Mea75b] D. J. Mead, *Wave propagation and natural modes in periodic systems: II. multi-coupled systems, with and without damping*, Journal of Sound and Vibration, 40(1), 1975, pp. 19-39.
- [Mea90] D. J. Mead, *Plates with regular stiffening in acoustic media: Vibration and radiation*, Journal of the Acoustical Society of America, 88(1), 1990, pp. 391-401.
- [Mea96] D. J. Mead, *Wave propagation in continuous periodic structures: Research contributions from Southampton, 1964-1995*, Journal of Sound and Vibration, 190(3), 1996, pp. 495-524.

- [Mea08] D. J. Mead, *The forced vibration of one-dimensional multi-coupled periodic structures: An application to finite element analysis*, Journal of Sound and Vibration (2008), doi:10.1016/j.jsv.2008.05.026.
- [Orr74] R. M. Orris and M. Petyt, *A finite element study of harmonic wave propagation in periodic structures*, Journal of Sound and Vibration 33(2), 1974, pp. 223-236.
- [Sen70] G. Sen Gupta, *Natural flexural waves and the normal modes of periodically-supported beams and plates*, Journal of Sound and Vibration 13(1), 1970, pp. 89-101.
- [Sen71] G. Sen Gupta, *Natural frequencies of periodic skin-stringer structures using a wave approach*, Journal of Sound and Vibration 16, 1971, pp. 567-580.

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : GOSSE
(avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)

DATE de SOUTENANCE : 20/11/2012

Prénoms : Guillaume

TITRE : Rayonnement acoustique d'une structure périodique de type batterie à ailettes - Application aux pompes à chaleur

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2012ISAL0111

École doctorale : MEGA (Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique)

Spécialité : Acoustique

RESUME :

La prédiction du bruit émis par les unités extérieures des pompes à chaleur, provenant en partie des batteries à ailettes, constitue un enjeu industriel important. L'obstacle majeur réside dans l'impossibilité de réaliser le calcul acoustique d'une batterie à ailettes avec les outils de simulation classiques (Éléments Finis de Frontière) à cause du trop grand nombre d'éléments nécessaires (près de 600 ailettes par mètre). Cette thèse a pour objectif d'exploiter la périodicité des batteries à ailettes afin de pouvoir calculer leur bruit rayonné à partir du rayonnement d'une seule ailette.

La propagation des vibrations est décrite sous la forme d'une décomposition en ondes, autorisant la réalisation séparée des calculs pour chaque onde. Le déplacement en tout point de la structure est calculé à partir du déplacement d'un seul élément unitaire, obtenu par la Méthode des Éléments Finis (FEM). Un élément unitaire acoustique est spécialement défini, comprenant des baffles rigides destinés à représenter l'influence des autres ailettes de la structure. Le rayonnement de cet élément est calculé pour chaque onde en utilisant la méthode des Éléments Finis de Frontière (BEM), puis dupliqué spatialement en tenant compte de la nature propagative des différentes ondes. Pour chaque structure étudiée, la comparaison avec le calcul direct de la structure complète montre une très bonne concordance avec des temps de calcul fortement réduits. L'influence de plusieurs paramètres sur le comportement de la structure a également été identifiée, mettant ainsi en évidence certains phénomènes particuliers propres aux structures périodiques.

Dans la dernière partie de cette thèse, une validation expérimentale de l'approche périodique est proposée. Les résultats numériques sont comparables aux mesures vibratoires et acoustiques réalisées sur les batteries à ailettes.

MOTS-CLES :

périodicité, batterie à ailettes, échangeurs, rayonnement, acoustique

Laboratoire (s) de recherche : LVA (Laboratoire Vibrations Acoustique)

Directeur de thèse: Charles PEZERAT

Président de jury : Jean-Louis GUYADER

Composition du jury : BESSAC François
CHAZOT Jean-Daniel
DUHAMEL Denis
HLADKY Anne-Christine